

I PER ESMORZAR...

Guia de treball



Títol: Divisió dolça

Autor: Clara de Pouplana Xarrié

Material elaborat per www.mat3.cat
Maite Gorriz i Santi Vilches

FRACCIONS

A. Trucs per saber si una divisió serà exacta o no.

Es pot dividir entre 2?

A.1. Sense fer la divisió saps si el nombre 83649372927346598 es pot dividir per 2 de manera exacta? I el nombre 19087591287489321?

A.2. Explica a la teva llibreta el truc per saber si un nombre es pot dividir per 2 de manera exacta. (Aquest truc s'anomena «**criteri de divisibilitat de 2**»)

Es pot dividir entre 5?

A.3. Sense fer la divisió saps si el nombre 57109873420189374012 es pot dividir per 5? i el nombre 4237052938475080?

A.4. Explica a la teva llibreta el truc per saber si un nombre es pot dividir per 5 de manera exacta. (Aquest truc s'anomena «**criteri de divisibilitat de 5**»)

Es pot dividir entre 3?

A.5. Sense fer la divisió saps si el nombre 13245 es pot dividir per 3 de manera exacta? I el nombre 31427?. Si no saps com fer-ho demana al/la professor/a que t'ho expliqui.

A.6. Explica a la teva llibreta el truc per saber si un nombre es pot dividir per 3 de manera exacta. (Aquest truc s'anomena «**criteri de divisibilitat de 3**»)

A.7. Comprova quin d'aquests nombres es poden dividir per 3 i quin no. 6354, 74837, 3786, 38495, 81601061, 200030001

Es pot dividir entre 11?

A.8. El/la professor/a us explicarà el truc per saber si un nombre es pot dividir per 11 de manera exacta. Explica molt bé a la teva llibreta aquest truc. (Aquest truc s'anomena «**criteri de divisibilitat de 11**»)

A.9. Comprova quin d'aquests nombres es poden dividir per 11 i quin no. 275, 32453, 7227, 1562, 8118, 34034, 9043, 815.

A.10. Escribeu un nombre de quatre xifres que:

- a) Sigui divisible per 3 però no per 5
- b) Sigui divisible per 5 però no per 3
- c) Sigui divisible per 5 i per 3 a la vegada
- d) que no sigui divisible ni per 3 ni per 5

A.11. Escribeu un nombre de 4 xifres que sigui divisible per 2 i 3 però no per 11.

A.12. Escribeu tots els nombres de 3 xifres que es puguin dividir per 2, 3 i 11

A.13. Quin número caldria posar a l'espai que falta per a què els nombres siguin divisibles per 3?
34_6; 2_9543; 264_2

A.14. Quin número caldria posar a l'espai que falta per a què el nombre sigui divisible per 11?
34_6; 2_9543; 264_2

B. El Garbell d'Eratòstenes

B.1. Les següents fotografies corresponen a un garbell (també es pot dir sedàs, crivell, porgador, tamís, barutell,)

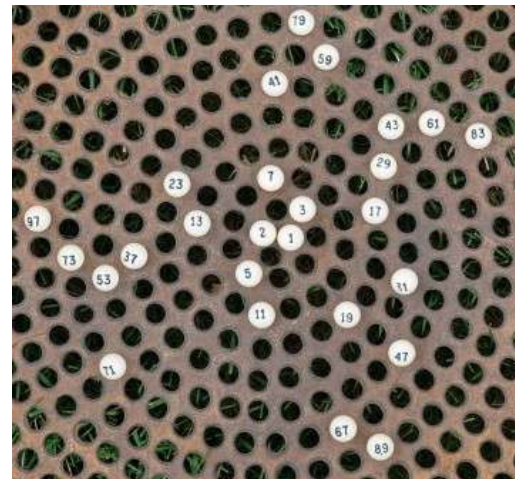


Pensa per a què pot servir aquest aparell. Escriu una definició de **garbell** seguint les pautes de definició de mates.

B.2. Eratòstenes va ser un matemàtic grec que va viure entre l'any 284 i el 192 a. C. Va idear un mecanisme numèric que li recordava a un garbell. Ell va pensar que abocava tots els nombres dins un garbell i que si el nombre es podia dividir de manera exacta per un altre nombre qualsevol (a excepció de l'1 i ell mateix) es colava pel forat del garbell i si no es quedava. Per exemple el 11 només es pot dividir per 1 i per 11 de manera exacta, per tant es queda dins el garbell, però el 6 es pot dividir per 2 i també per 3 per tant es cola pel forat

Observa la foto del Garbell d'Eratòstenes.





Títol: El garbell dels nombres primers
 Autor: Marta Melcón Romero

Pensa tres nombres que fent això es colin pel forat i tres que quedin dins el garbell. Explica el perquè.

B.3. Aboquem, ara tots els nombres de l'1 al 100 i al garbell d'Eratòstenes i mirem quins nombres ens han quedat, (a veure si coincideix amb els de la foto)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Per a fer-ho:

- a) Sabem que el 2 només es pot dividir per 1 i per 2 de manera exacta, així que el 2 es queda

però tots els de la taula del dos 4, 6, 8,... (els parells) es colaran pel forat perquè es poden dividir de manera exacta per 2. Elimina de la llista aquests nombres tatxant de 2 en 2.

- b)** El següent nombre de la llista és el 3, que es quedarà perquè només es pot dividir per 1 i per 3. En canvi, el 6, 9, 12, ... es poden dividir per 3 (són múltiples de 3) i es colen pel forat. Elimina de la llista aquests nombres tatxant de 3 en 3.
- c)** El següent nombre de la llista és el 5 que no es pot dividir per 2 ni per 3, només per 1 i per 5. El 10, 15, 20, ... es poden dividir per 5. Elimina de la llista aquests nombres tatxant de 5 en 5.
- d)** El següent nombre de la llista és el 7 que igual que abans es quedarà i tatxarem tots els de la taula de 7 contant de 7 en 7
- e)** El següent és l'11 que quedarà però tatxarem 22, 33, 44, etc. però TOTS ELS CAPICUES 22, 33, 44 JA ESTAN TATXATS!!. Per què passa això?
- f)** Cal continuar fent el mateix amb 13, 17, etc...?

B.4. Els nombres que queden dins el Garbell d'Eratòstenes s'anomenen **nombres primers**.

Escriu la llista de tots els nombres primers més petits que 100.

B.5. Estudia de memòria tots els nombres primers més petits de 50.

B.6. Els que s'han colat pel forat del garbell s'anomenen **nombres compostos** perquè sempre es poden escriure amb la composició de nombres primers multiplicats. Per exemple el 6 el podem escriure com la multiplicació de 2·3

Intenta escriure com a producte de nombres primers els nombres:

- a)** 15 =
b) 21 =
c) 49 =
d) 66 =

Si el nombre és gran, és una mica complicat fer la descomposició "a pèl". Ara anem a veure una regla que us estalviarà feina i facilitarà la descomposició.

- Col·loqueu el 90 amb una línia al costat

$$90 \quad |$$

- Comencem amb el nombre primer més petit: el 2. El 90 es pot dividir per 2. Fem la divisió que dona 45. Ara col·loquem el 2 a la dreta del 90 i el 45 a sota:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & \end{array}$$

- Amb 45 fem el mateix. En primer lloc provem amb el 2, però el 45 no es

pot dividir per 2. Ara provem amb el següent nombre primer, el 3. Comprovem si el 45 es pot dividir per 3 i fem la divisió. Dóna 15. Col·loquem el 3 a la dreta del 45 i el 15 a sota

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & \end{array}$$

- Continuem. El 15 es pot dividir per 3 i dona 5

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & \end{array}$$

- Ara ens queda el 5, que és ja un nombre primer. Per tant només es pot dividir per 5:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

- I com trobem un 1 a la columna de l'esquerra, acabem el procés. Ara podem dir la que **descomposició factorial** de 90 és: $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

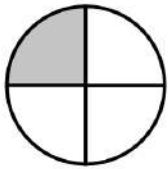
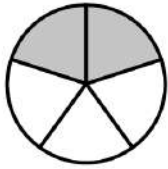
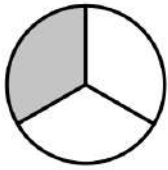
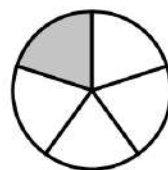
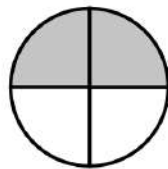
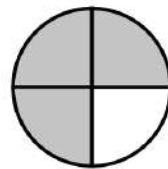
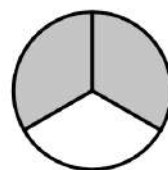
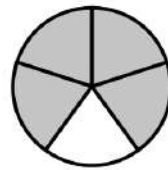

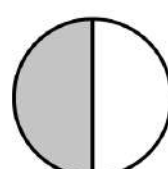
B.7. Fes la multiplicació $2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Dona 90?

B.8. Descompon en factors primers els nombres següents: 40, 16, 25, 35, 100, 252, 288, 360, 540, 800, 5940, 251328,

C. Fraccions

C.1. En la vida diària utilitzem moltes vegades les fraccions. Escriu situacions, o moments en què utilitzem habitualment les fraccions.

C.2. Escriu quines fraccions representen aquests dibuixos

	$\frac{1}{4}$		—
	—		—
	—		—
	—		—
	—		—

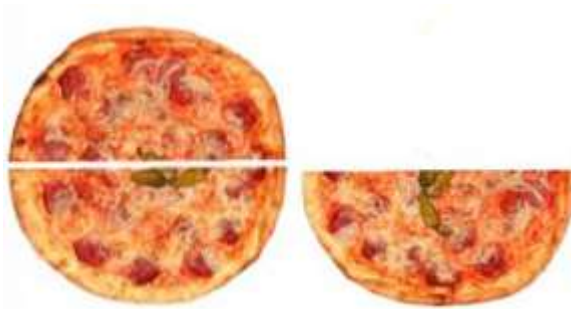
C.3. Escriu la fracció que representa **cada tros** de galleta.



C.4. La Marta s'ha menjat tota la quantitat de truita que falta a la foto. Quina fracció de truita s'ha menjat?

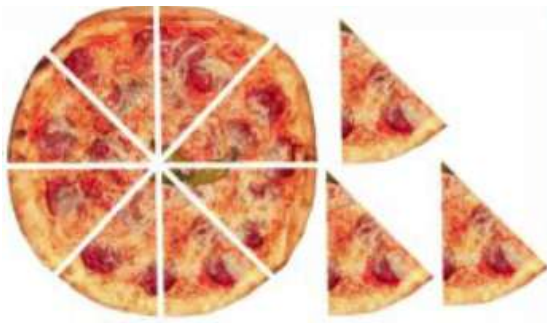


C.5. La Barbara s'ha menjat tota la quantitat de pizza que es veu a la foto. Quina fracció de pizza s'ha menjat en total?

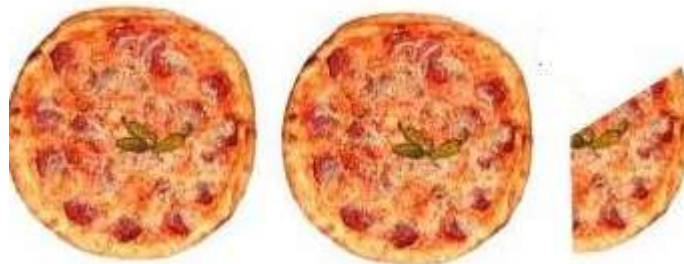


C.6. Escriu la fracció de pizza que s'han menjat els nens i nenes següents?

a) La Mireia



b) El Felip

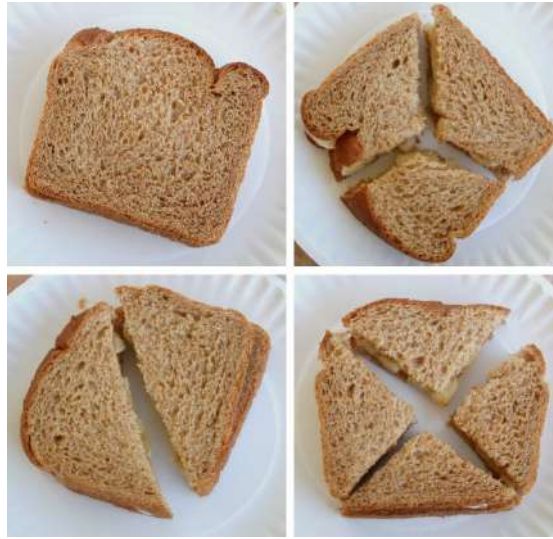


c) El Carles



C.7. A les quatre fotografies següents tens **una** llesca de pa.

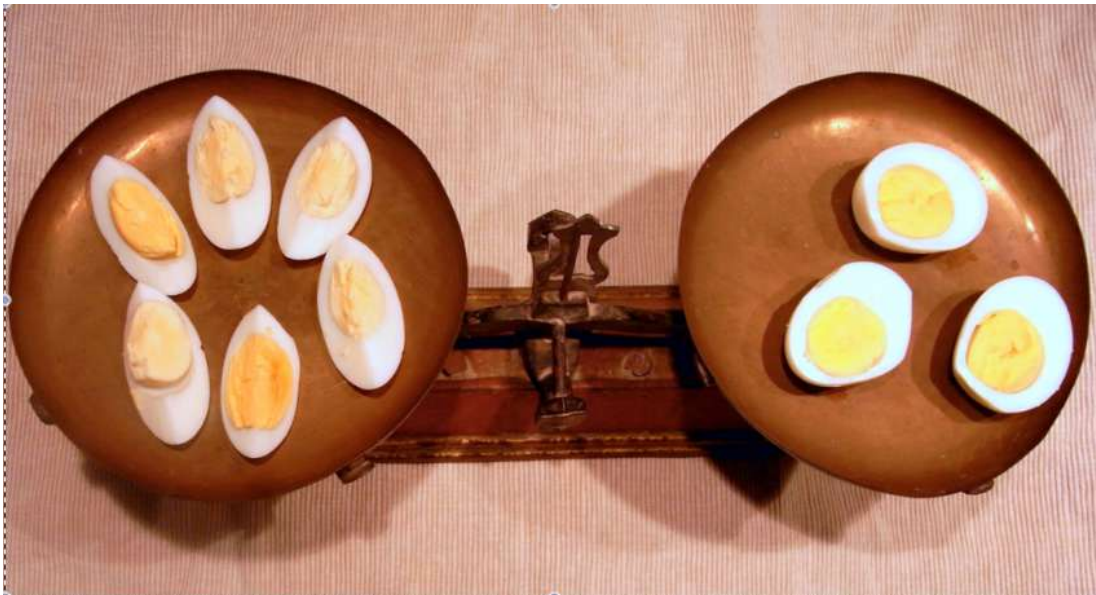
Escriu de quatre maneres diferents una llesca de pa (segons els trossos que s'han fet)



C.8. Dibuixa i pinta la porció cercle que es correspon a les següents fraccions:

$$\frac{4}{6}, \frac{6}{4}, \frac{1}{5}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}$$

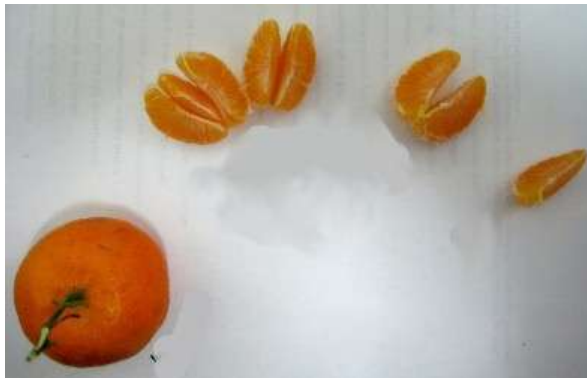
C.9. La següent fotografia es titula «Fraccions equivalents»



- Escriu la fracció representada en cada un dels plats de la balança
- Explica per què el títol diu «fraccions equivalents»
- Escriu dues fraccions equivalents

C.10. Observa la fotografia següent. Pots observar tres muntets de gallons de mandarina. En total a la mandarina hi havia 8 gallons.

- a) Quina fracció està representada per cada muntet de gallons?
- b) Quina és la suma dels tres muntets de gallons?



C.11. A la imatge següent tinc unes quantes preses de xocolata que representen una fracció de tota la rajola i es veu una resta. Escribe les fraccions que representen les preses que es veuen a la foto i el resultat de la resta.



C.12. El rectangle de dalt de tot correspon a la unitat. Escribe un 1 a dins. La resta de rectangles correspondran a diferents fraccions. Escribe a dins de cada rectangle la fracció que li correspon



C.13. Ajudant-te del quadre anterior veuràs com és fàcil sumar fraccions ja que sempre pots agafar una quantitat equivalent per sumar. Fes les següents sumes.

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$

c) $\frac{7}{10} + \frac{4}{5} =$

d) $\frac{1}{12} + \frac{5}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} =$

e) $\frac{7}{3} - \frac{1}{4} =$

C.14. La següent fotografia, mostra la suma de dos fraccions de pizza de diferent denominador. Discuteix amb els teus companys com podem saber la fracció de pizza que representa la suma i escriu a la llibreta la les fraccions de cada quantitat i la suma resultant. Explica som ho has fet.



C.15. Tal com hem anat veient les fraccions s'utilitzen molt quan dividim menjars. Ara us demanem que feu la vostra pròpia foto de fraccions MENTRE ESMORZEM i què cada un del grup faci una foto i li posi un títol matemàtic.

Cal que us repartiu els temes.



- a) Dues fraccions equivalents
- b) Una suma suma de fraccions amb el mateix denominador
- c) Una suma de fraccions amb diferent denominador
- d) Una resta de fraccions (pots triar amb el mateix o diferent denominador)

D. Simplificar fraccions. Fracció irreductible.

Recorda: de la fracció $\frac{a}{b}$ anomenem a = **numerador** i b = **denominador**

Simplificar una fracció és trobar una fracció equivalent amb nombres més petits. Per simplificar una fracció es pot dividir numerador i denominador pel mateix nombre.

Per exemple si simplifico la fracció $\frac{18}{12}$ dividint per 3 obtinc $\frac{6}{4}$ que és una fracció equivalent. Si segueixo simplificant, dividint per 2 obtinc $\frac{3}{2}$ i si no es pot simplificar més llavors és la fracció **irreductible**.

D.1. Troba la fracció irreductible de

a) $\frac{8}{6}$

b) $\frac{64}{18}$

Una manera de facilitar la simplificació d'una fracció i, al mateix temps assegurar-se que el resultat obtingut és la fracció irreductible és descomposar amb factors numerador i denominador i dividir numerador i denominador pels factors comuns. Observa:

$$\frac{2548}{3822} = \frac{2^2 \cdot 7^2 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 7^2 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 13} = \frac{2}{3}$$

D.2. Troba la fracció irreductible seguint el mètode anterior:

a) $\frac{50}{30} =$

b) $\frac{56}{21} =$

c) $\frac{639}{495} =$

d) $\frac{504}{792} =$

e) $\frac{11025}{2205} =$

f) $\frac{300}{250} =$

E. Suma i resta de fraccions

E.1. Als exercicis de les fotos ja hem vist com es fa per sumar fraccions amb el mateix denominador. Sols cal sumar les numeradors. Fes les següents sumes i restes de fraccions:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

b) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$

c) $\frac{5}{6} + \frac{2}{6}$

d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

e) $\frac{6}{3} - \frac{2}{3}$

f) $\frac{10}{7} - \frac{5}{7}$

g) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$

h) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}$

i) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

Per sumar (o restar) fraccions necessitem tenir el mateix denominador. Podem trobar fraccions equivalents amb el mateix denominador descomposant amb factors els denominadors i afegint a dalt i a baix de cada fracció els factors que facin falta fins que totes les fraccions tinguin el mateix denominador.

$$\frac{\text{◇}}{\text{●} \text{▲}} + \frac{\text{⬠}}{\text{⬡} \text{▲}} = \frac{\text{◇} \cdot \text{⬡} + \text{⬠} \cdot \text{●}}{\text{●} \text{▲} \text{⬡}}$$

Veiem un exemple (els factors afegits els subratllarem):

$$\frac{7}{18} + \frac{11}{12} = \frac{7}{2 \cdot 3^2} + \frac{11}{3 \cdot 2^2} = \frac{7 \cdot \underline{2}}{2 \cdot 3^2 \cdot 2} + \frac{11 \cdot \underline{3}}{3 \cdot 2^2 \cdot 3} = \frac{14}{2 \cdot 3^2 \cdot 2} + \frac{33}{3 \cdot 2^2 \cdot 3} = \frac{47}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{47}{36}$$

E.2. Fes les operacions següents

a) $\frac{7}{6} + \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot \underline{\quad}}{2 \cdot 3 \cdot \underline{\quad}} + \frac{4 \cdot \underline{\quad}}{5 \cdot \underline{\quad}} = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$

b) $\frac{5}{7} + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot \underline{\quad}}{7 \cdot \underline{\quad}} + \frac{2 \cdot \underline{\quad}}{3 \cdot \underline{\quad}} =$

c) $\frac{5}{12} + \frac{7}{30} = \frac{5 \cdot \underline{\quad}}{2^2 \cdot 3 \cdot \underline{\quad}} + \frac{7 \cdot \underline{\quad}}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \underline{\quad}} = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$

E.3.Fes aquestes sumes i restes:

a) $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} =$

c) $\frac{9}{11} + \frac{1}{2} =$

d) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$

e) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

f) $\frac{14}{15} + \frac{3}{25} =$

g) $\frac{1}{36} + \frac{2}{30} =$

h) $\frac{7}{180} - \frac{2}{150} =$

i) $\frac{2}{15} + \frac{4}{42} =$

j) $\frac{7}{110} + \frac{3}{25} =$

k) $\frac{13}{24} - \frac{1}{36} =$

l) $\frac{12}{35} + \frac{3}{10} =$

m) $\frac{9}{49} - \frac{2}{42} =$

F. Multiplicació i divisió de fraccions

F.1. Volem saber quina part representa dos terços d'un quart.

Per a fer-ho, agafa un full de paper i dibuixa-hi quatre parts iguals. Agafa'n una i pinta dos tersos d'aquesta quarta part.

a) Quina fracció de full tens pintat?

b) Com podries fer la operació a partir de les fraccions $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{4}$

F.2. Fes les operacions següents i simplifica el resultat si cal:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} =$

b) $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} =$

c) $\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{10} =$

d) $\frac{12}{21} \cdot \frac{7}{4} =$

e) $\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{14} =$

F.3. Observa l'exemple i fes les divisions següents (simplifica el resultat):

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

a) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} =$

b) $\frac{1}{5} : \frac{5}{6} =$

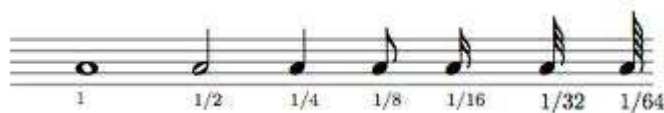
c) $\frac{8}{3} : \frac{6}{10} =$

d) $\frac{11}{4} : \frac{5}{7} =$

e) $\frac{2}{3} : 5 =$


G. Les fraccions a la música

A la música, la durada de les notes queda representada per la forma de la nota. Així tenim que la nota més llarga és la rodona a la que considerarem unitat de temps musical. Després, la blanca dura la meitat d'una rodona, la negra la meitat d'una blanca i per tant dura la quarta part d'una rodona i així successivament la corxera, la semicorxera i la fusa etc:



	Whole	
	Half	
	Quarter	
	Eighth	
	Sixteenth	

Si una nota té un puntet al darrere vol dir que allarguem la nota la meitat de la seva durada. Per exemple el següent LA té una durada de



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

i els silencis



Per mesurar el temps, les partitures divideixen la música en unes línies verticals i l'espai entre aquestes línies verticals s'anomena **compàs**.

Al començament de cada partitura hi tenim escrits dos números que indiquen la durada de cada compàs.

Tenint en compte que hem establert com unitat de temps la rodona, si al començament de la partitura veiem escrit $\frac{2}{4}$ vol dir que cada compàs dura $\frac{2}{4}$ de rodona, és a dir, mitja rodona. Per tant, podem posar, per exemple 2 negres ($2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$) o 4 corxeres ($4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{4}$), etc.

G.1. Observa les següents partitures, escriu la durada de cada nota en forma de fracció i comprova que cada compàs suma sempre el que ha de sumar:

a)



tres, sis, nou, 'sti-ra-li la cu-a a l'es-qui-rol.

b)

Moderato

Re La Sim

A la vo - ra de la mar n'hi ha u - na don -

c) La següent partitura és $\frac{2}{4}$

Mi Lam Re7

Els o - ce - llets, can - tant, a fes - te - jar - lo

d)

Allegro

Do Fa Do Fa Sol7

Joan del Riu n'és ar - ri - bat amb un pot de con - fi -

e) El següent exemple té la curiositat que de tant en tant la partitura va canviat de compàs.

Allegro

Rem Rem Rem Solm

-Qui - na can - çó can - ta - rem que tots la sa - pi -

Rem Sib Fa Fa Fa

guem? - La dels con - tra - ban - dis - tes. A Ba - nyuls va - ren a -

Do Do Fa Sib La7 Rem

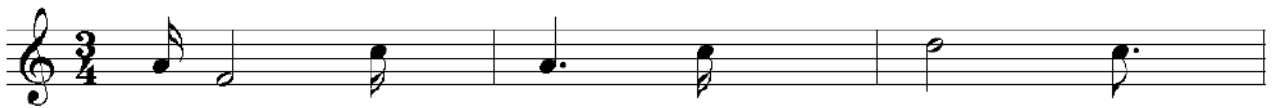
nar de ta - bac a car - re - gar to - ta u - na com - pa - nyi - a.

G.2. A cada compàs de la següent partitura li falta o li sobra alguna nota. Suma amb fraccions la durada de cada nota, resta, després al compàs i esbrina quina és la durada de la nota que falta.

a)



b)



c)



d)

Allegretto

-Pas - to - rets de la mun - ta - nya que vi - viu amb gran re -

H. Per practicar més**H.1.** Fes les següents operacions i simplifica el resultat

a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{7} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} =$

c) $\frac{3}{9} - \frac{1}{5} =$

d) $\frac{5}{8} - \frac{3}{4} =$

e) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

f) $\frac{35}{36} - \frac{5}{42} =$

g) $\frac{11}{40} + \frac{3}{100} =$

h) $\frac{13}{6} + \frac{2}{9} =$

i) $\frac{7}{180} - \frac{2}{60} =$

j) $\frac{2}{21} + \frac{4}{42} =$

k) $\frac{7}{22} + \frac{1}{20} =$

l) $\frac{6}{25} - \frac{1}{20} =$

m) $\frac{8}{75} + \frac{1}{30} =$

n) $\frac{3}{28} - \frac{2}{42} =$

H.2. Fes les següents operacions i simplifica el resultat

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} - \frac{2}{3} =$

b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{9} =$

c) $\frac{2}{9} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15} =$

d) $\frac{1}{9} + \frac{7}{6} - \frac{3}{4} =$

$$\text{e) } \frac{5}{11} - \frac{1}{2} - \frac{3}{5} =$$

$$\text{f) } \frac{5}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$\text{g) } \frac{8}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{4} =$$

$$\text{h) } \frac{7}{36} - \frac{5}{42} + \frac{3}{14} =$$

$$\text{i) } \frac{11}{40} + \frac{3}{100} - \frac{3}{10} =$$

$$\text{j) } \frac{5}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3} =$$

$$\text{k) } \frac{5}{18} - \frac{2}{60} + \frac{5}{9} =$$

$$\text{l) } \frac{1}{21} - \frac{3}{42} =$$

$$\text{m) } \frac{5}{22} + \frac{1}{20} + \frac{3}{25} =$$

$$\text{n) } \frac{7}{75} + \frac{3}{30} - \frac{1}{15} =$$

$$\text{o) } \frac{5}{28} - \frac{7}{42} - \frac{1}{36} + 2 =$$

H.3. Fes les següents operacions combinades amb fraccions i simplifica el resultat:

$$\text{a) } \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{4} =$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{4} \right) =$$

$$\text{c) } \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{2} =$$

$$\text{d) } \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4} \right) =$$

$$\text{e) } \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{14} \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\text{f) } \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{14} \right) \cdot \frac{5}{3} =$$