

PROPORCIONALITAT

Guia de treball



Suc directament proporcional Autor: Sergi vila. Font: ABEAM

**Material elaborat per www.mat3.cat
Maite Gorriz i Santi Vilches**

PROPORCIONALITAT

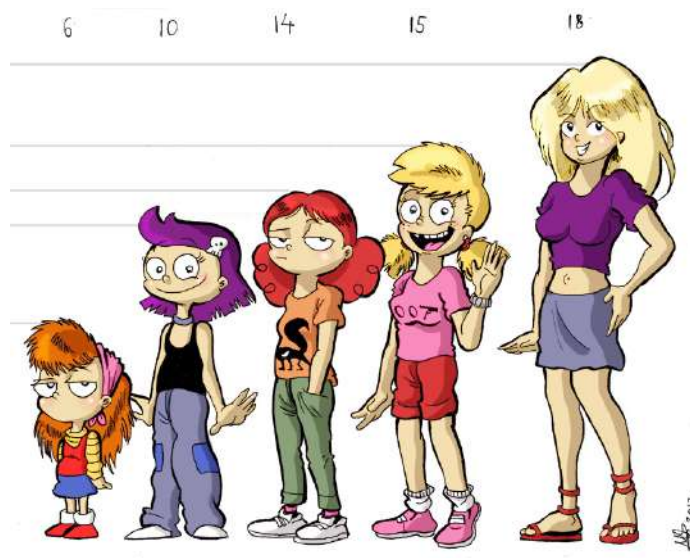
A. SÓN PROPORCIONALS?

A.1. La fotografia següent va guanyar un premi en el concurs de fotografia de l'ABEAM. La va fer un noi de 1r d'ESO que es diu Sergi Vila i el seu títol és «suc directament proporcional» Observa la foto i contesta a les preguntes:



- Quants gots de suc farem amb 6 taronges?
- Quants gots de suc farem amb 10 taronges?
- Quants gots de suc farem amb 1 taronja?
- Quants gots de suc farem amb 3 taronges?
- Escriu si es certa o no la frase «a doble de taronges, doble de suc» Per què?

A.2. Mario Dominguez Soler és un dibuixant de còmics que ha fet el següent dibuix per mostrar com representar noies de diferents edats. Observa el dibuix:



Segons el Mario és important tenir clar les proporcions dels dibuixos. D'aquesta manera, com pots observar en el dibuix, una noia de 12 anys ha de ser aproximadament el doble de gran que la de 6 anys.

- a) Si una nena de 6 anys fa 60 cm d'alçada, quina mesura farà quan en tingui 12?
- b) Si una nena de 6 anys fa 60 cm d'alçada, quina mesura farà quan en tingui de 18?
- c) Si una nena de 6 anys fa 60 cm d'alçada, quina mesura farà quan en tingui 24?
- d) Si una nena de 6 anys fa 60 cm d'alçada, quina mesura farà quan en tingui 60?
- e) Escriu si es certa o no la frase: a doble d'edat doble d'alçada. Explica per què.

Hi ha situacions com el cas de les taronges i el suc en les que amb el doble de taronges fem el doble suc, en aquest cas estem davant d'un cas de **proporcionalitat** i direm que els valors són **proporcionals**. En el cas de l'edat i l'alçada no es compleix el fet que a doble edat, doble alçada i per tant direm que no hi ha proporcionalitat o que els valors no són proporcionals.

A.3. Reflexiona sobre les següents magnituds i escriu una frase dient si hi ha o no proporcionalitat i per què. Observa l'exemple:

- a) Taronges i suc: (resposta d'exemple) *el suc i les taronges són proporcionals perquè amb el doble de taronges tindrem el doble de suc.*
- b) Preu i quilos de taronges.
- c) El temps que estic en un cotxe per l'autopista i els kilòmetres recorreguts.
- d) Les hores que estic pintant una paret i els metres quadrats que porto pintats
- e) La quantitat de persones que es posen a pintar una paret i la quantitat de paret que pinten durant una hora
- f) La quantitat de persones que es posen a pintar tota una paret i el tems que triguen en acabar de pintar-la
- g) La quantitat d'arròs que posem en una paella i la quantitat de plats que surten per menjar
- h) La relació que hi ha entre la quantitat de gent de la classe que anem a una excursió i el preu que ha de pagar cada alumne (pensa que llogar un autobús per fer una excussió costa igual si puja una persona que si en pugen 60).



B. COM ES RESOL UN PROBLEMA DE PROPORCIONALITAT

B.1. Anem ara a resoldre els problemes de proporcionalitat. Començarem discutint les diferents maneres que vosaltres penseu com es pot resoldre. Per fer-ho seguïu com sempre les següents pautes per a una gestió cooperativa del treball:

- a) Llegiu l'enunciat de manera individual i el resumiu a la llibreta.
- b) Cada alumne, en silenci, fa el problema de la manera que vulgui. És important explicar i raonar el que es faci.
- c) Discutiu i consensueu en grup les diferents maneres de fer-lo.
- d) El portaveu de cada grup explica a la classe com heu fet el problema.
- e) Amb ajuda del professorat analitzeu els avantatges i inconvenients de cada manera que hagi sortit.

Practiquem amb un exemple:

ENUNCIAT: *Al mercat de Cardedeu hi ha una parada en la que venen 2 quilos de taronges a 5€. Quants diners valdran 6 quilos?*



Esquema de solució d'un problema de proporcionalitat.

- Cal sempre començar escrivint una frase dient si és o no de proporcionalitat. En aquest cas escriurem «es tracta d'un problema de proporcionalitat perquè si comprem el doble de taronges haurem de pagar el doble d'euros». Si el problema no és de proporcionalitat intentarem resoldre'l d'alguna altra manera.
- Posarem les dades en una taula

Pes	preu
2 kg	5 €

- Resolem el problema utilitzant un dels dos mètodes següents:
 - **Mètode del pas a la unitat:** (consisteix en calcular el preu per unitat)

	Pes	preu
	2 kg	5 €
Pas a la unitat	1 kg	

Si 2 Kg valen 5 € aleshores 1 Kg serà la meitat: $\frac{5}{2} = 2,50€$

Finalment calculem el preu pels 6 kg simplement multiplicat pel preu per quilo que és 2,50. O sigui, $6 \cdot 2,50 = 15 €$

La taula plena a la llibreta quedaria així:

	Pes	preu
	2 kg	5 €
Pas a la unitat	1 kg	$\frac{5}{2} = 2,50€$
	6 kg	$6 \cdot 2,50 = 15 €$

Aquest mètode és especialment útil si volem calcular més dades ja que ara únicament cal anar multiplicant sempre per 2,50 que és el preu per quilo.

- **Mètode dels productes encreuats o regla de tres.** Consisteix en adonar-se que en realitat les relacions proporcionals no són més que fraccions equivalents, es a dir quan diem que a triple taronges triple d'euros diem el mateix que quan diem que en una fracció podem multiplicar a dalt i a baix per 3. Així si partim de les dades de la taula.

Pes	preu
2 kg	5 €

- Afegim la fila amb el valor que busquem

Pes	preu
2 kg	5 €
6 kg	x €

- El fet que siguin proporcionals vol dir que es tracta de fraccions equivalents. Podem pensar que la relació (fracció) **preu sobre pes** ha de ser la mateixa: $\frac{5}{2} = \frac{x}{6}$

o també que la relació (fracció) **pes sobre nou pes** ha de ser la mateixa que la de **preu sobre nou preu** $\frac{2}{6} = \frac{5}{x}$

En qualsevol dels cassos les fraccions seran equivalents si son iguals els productes encreuats: $2 \cdot x = 6 \cdot 5$ i per tant $x = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ €}$

Resumint la solució serà sempre el resultat de multiplicar de manera creuada i dividir després també de manera creuada:

Pes	preu
2 kg	5 €
6 kg	x €

$$x = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ €}$$

- Per acabar, recordeu que cal acabar sempre amb una frase. En aquest cas, per exemple escriuríem: «6 quilos de taronges costarien 15 €»

B.2. Una piscina amb una capacitat de 5000 litres d'aigua triga 5 hores a omplir-se. Quants litres hi haurà a la piscina quan hagin passat 3 hores?

B.3. 400 g de pernil costen 8 € fes una taula calculant el preu de 100g, 200g, 500g, 800g i 1000g

B.4. Per treballar 30 dies un obrer cobra 841 €. Quant cobrarà en total si treballa 22 dies més?

B.5. En 8 hores una màquina d'envasar arròs ha envasat 1120 paquets. Si funciona durant 25 hores, quants paquets envasarà?

B.6. El dibuix mostra iogurts de marques diferents, presentats en diversos formats. Amb quina de les marques resulta més barat 100 g de iogurt? I amb quina resulta més car?

- Casa Iogui, 500g
- El Mas 100g cada got
- Donald 100g cada got
- La vaca 200g cada got



- B.7.** Per carnestoltes 6 alumnes de 1r E han decidit disfressar-se de bruixes. Per a fer-se les disfresses han comprat 15 metres de roba negra. A última hora hi ha 14 alumnes més que es volen disfressar de bruixa. ¿quants metres de roba negra hauran de comprar per als 14 alumnes que no en tenen?
- B.8.** Un constructor ha necessitat uns 36 800 totxos per fer 2 pisos i encara li falten per fer 13 pisos més. Quants totxos més necessitarà?
- B.9.** Un electricista va posar l'any passat 23700 bombetes per adornar 4 km de carrers per les festes de Nadal. Enguany l'ajuntament ha decidit adornar un total de 6,5 quilometres de carrer. Quantes bombetes creus que necessitarà l'electricista?
- B.10.** Un granger va comprar 400 kg de pinso per als seus animals i se l'han cruspit tot en 14 dies. Una cadena de supermercats li compra tot el bestiar per a la secció de carnisseria però l'aniran a buscar d'aquí a 9 dies.
- Quina quantitat de pinso ha de comprar el granger per tal que els animals mengin els 9 dies que queden?
 - Perquè li surti el negoci rendible hauria de comprar 230 kg de pinso. Quants dies podria alimentar els animals amb aquests 230 kg?
- B.11.** Investiga. El cos humà és proporcional?
- Mesura la teva ma i la teva alçada i calcula la proporció que hi ha entre les dues magnituds.
 - Podries calcular l'alçada d'un company teu sabent què mesura la seva ma? Fes els càlculs i comenta què en penses.

C. LES RECEPTES

C.1. Per fer macarrons per a 6 persones fan falta 500 grams de pasta. Si vols fer macarrons per a 8 persones, quants grams de pasta faran falta (utilitza el mètode del pas a la unitat)?

Les receptes és un dels contextos reals on s'utilitzen les proporcions. Normalment les receptes de cuina van indicades per a 4 o 6 persones, si algú vol utilitzar la recepta per a una altra quantitat de persones ha de calcular la proporció d'ingredients que necessita.

Cada grup haurà de fer una recepta diferent amb la que esmorzarem tots junts un dia a la classe.

C.2. Per preparar la recepta cal fer:

- a) Escollir una recepta per a esmorzar.
- b) Escriure a la llibreta els ingredients per a 4 o 6 persones de la recepta que heu triat.
- c) Escriure a la llibreta la recepta amb detall.
- d) Escriure a la llibreta la llista de les eines que necessiteu (forquilles, plats,...)
- e) Calcular com a problema de proporcionalitat els ingredients per a tots els de la classe. (Ha de ser una ració molt petita perquè haurem de menjar el que preparin els 6 grups.) Cal que utilitzeu el pas a la unitat.
- f) Escriure i posar-se d'acord de qui portarà cada ingredient a la classe.
- g) Fer una presentació amb aquestes dades (ingredients, recepta i càlcul per a tota la classe) per tal d'exposar-ho als vostres companys.

C.3. Haureu de fer una exposició a la classe amb la presentació. Explicareu com es fa la recepta i quins son els ingredients per a 4 o 6 persones. Tota la classe haurà de calcular a la seva llibreta els ingredients per a tota la classe i, finalment, haureu de mostrar la solució al problema per tal que tothom pugui corregir-ho.

C.4. El dia que determini el professorat portareu tots els ingredients i preparareu les receptes i esmorzarem amb el que hagueu preparat.

Observacions. Com que cada grup ha de preparar un menjar o beguda, cada persona menjarà 6 coses diferents. Per tant la quantitat per persona ha de ser petita. **No ha de sobrar menjar.**

Podeu parlar entre vosaltres i decidir la recepta que vulgueu (previ acord amb el professorat) A continuació donem algunes idees que poden ser d'utilitat:

MANDONGALETES

Ingredients per a 4 persones

1 poma bullida

1 pastanaga bullia

3-5 galetes maria ratllades

canyella en pols

Instruccions: xafar amb una forquilla la pastanaga i la poma, fer mandonguilletes amb una cullereta i arrebossar-les amb la galeta ratllada

**TIRAMILADA**

Ingredients per a 4 persones

4 gots petits de plàstic

4 culleradetes de mermelada de maduixa

4 galeta maria ratllades

1 de iogurt natural barrejat amb 4 cullerades de formatge tipus philadelphia

1 pera

canyella en pols

Instruccions: Posar els ingredients en el ordre indicat a la llista anterior, la pera, però, haurà d'estar ratllada

**BROQUETA FRUITUNA**

Ingredients.

fruita (haureu de decidir quina i la quantitat segons com feu cada broqueta)

pals de broqueta.

Instruccions: tallar la fruita i posar-la en el pal igual que les broquetes morunes



CÒCTEL SENSE ALCOHOL

Busqueu a Internet alguna recepta d'un còctel sense alcohol fet amb suc de bric i siropes. Calculeu bé els ingredients i escriviu la recepta.



MONSTERSANDVICHS

Ingredients

pa de motlle

formatge i els embotits que vulgueu (pernil, ...)

rodanxes de tomàquet

olives

escuradents

Instruccions: amb un got tal·leu les llesques de pa rodones, tal·leu el formatge de manera irregular com si fossin dents. Poseu el que vulgueu dins l'entrepà i feu els ulls amb un parell d'olives clavades amb escuradents.



MARILETES

ingredients:

galletes salades

formatge tipus philadelphia

tomàquets xerry

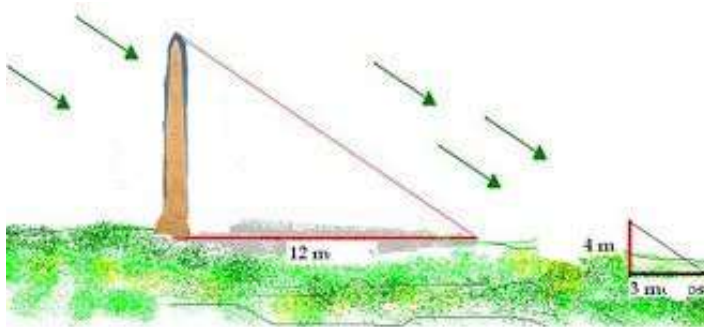
olives negres

instruccions: tal·leu els tomàquets a quarts i munteu petites marietes. Mira la foto.



D. LES MESURES INACCESSIBLES

Un matemàtic grec de fa més de 2000 anys, un dia li van dir - *A que no ets capaç de calcular l'alçada d'aquest obelisc?*. Es tractava d'un obelisc tan gran que era molt difícil pujar fins dalt per tal de mesurar-lo. Arquimedes en comptes de pujar fins dalt va mesurar l'alçada d'un bastó que tenia clavada al terra, després va mesurar les ombres del bastó i de l'obelisc i finalment fent proporcionalitat entre les ombres, el pal i l'obelisc va calcular l'alçada de l'obelisc



Una utilitat molt important de la proporcionalitat és el càlcul de **distàncies inaccessibles**.

D.1. Ara, nosaltres tenim un problema semblant. Resulta que s'han fos les bombetes del focus que il·lumina les pistes del pati. El director ha trucat a l'empresa Llums d'altura S.A però l'empresa exigeix saber l'alçada a la que estan les llums per tal de dur l'escala de longitud correcta. El professor d'Educació física proposava que un alumne de 1r d'ESO s'enfilés fins dalt del tot i mesurés la torre, però el professorat de Matemàtiques diu que els seus alumnes de 1r ho poden calcular i no cal arriscar el crani de ningú.



Per calcular l'alçada dels llums de les pistes del pati, anem per feina:

- Cada grup haurà de resoldre el problema amb una estratègia diferent. Haureu d'explicar a la vostra llibreta molt bé en què consisteix la vostra tècnica i fer tots els càlculs.
- Haureu de preparar una presentació per tal de plantejar el problema als vostres companys. En la presentació cal que poseu totes les dades, fotografies, imatges etc. que facin falta per resoldre el problema.
- Quan feu la presentació deixareu temps per a què tots els alumnes de la classe resolguin el problema.
- Finalment ensenyareu la vostra solució per tal que tot hom pugui corregir el que ha fet a la llibreta.

Tècniques per resoldre el problema:

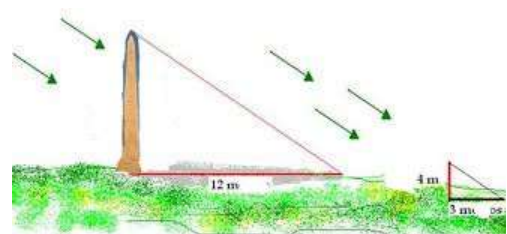
Tècnica de la foto comparativa.

Cal que us feu una foto al costat de la farola i cal que penseu si es proporcional la mida de la vostra imatge a la foto sobre la vostra mida amb la mida de de la imatge de la farola sobre la mida de la farola.



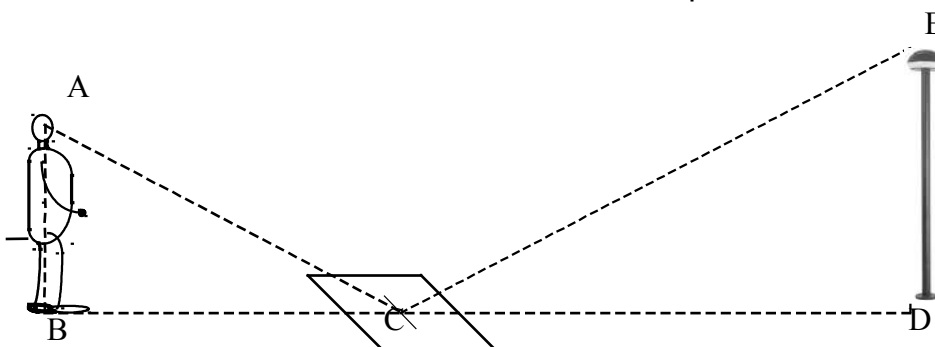
Tècnica de la ombra i el pal

Imiteu la tècnica del matemàtic grec. Poseu un pal al costat de la farola i mesureu el pal i les ombres de la farola i del pal. Compareu, després per proporcionalitat les mides de les ombres i les del pal amb la farola.



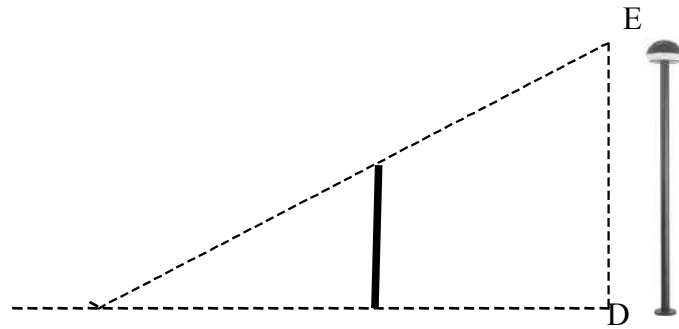
Tècnica del mirall

Poseu un mirall al terra i us moveu fins que pugeu veure el punt més alt de la farola. Teniu proporcionalitat entre la mida de la farola i la vostra (fins el ulls) i la mida del mirall a la farola i als vostres peus



Tècnica del pal alineat amb la farola

poseu el cap al terra i mireu la farola. Poseu el pal entre la farola i el vostre cap de manera que estigui alineat. La distància al pal i a la farola serà proporcional a les alçades del pal i de la farola. Per no posar el cap al terra també podeu utilitzar un mirall.



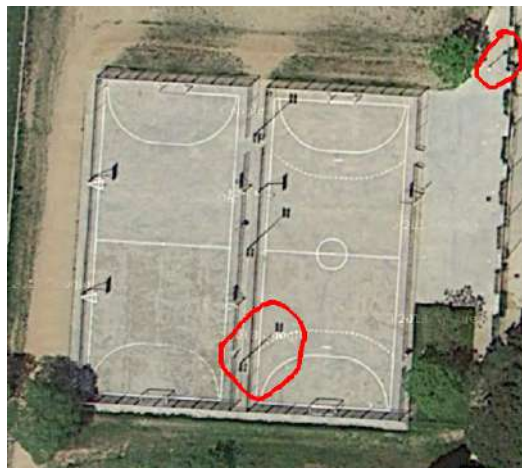
Tècnica de la marca a la farola

Poseu amb celo un paper a una alçada de 2 metres feu-li una foto projecteu la foto i penseu que les distàncies mesurades sobre la foto projectada son proporcionals a les mateixes distàncies a la realitat.



Tècnica de les ombres que es veuen al google maps satèl·lit

Si busqueu l'institut al google maps i utilitzau el satèl·lit veureu perfectament les ombres de les faroles. Mesureu les ombres d'una farola gran i una de petita de la foto del satèl·lit i compareu-les. Mesureu després la farola petita del pati. Com que la proporció de la foto i la realitat serà la mateixa podem esbrinar l'alçada de la farola gran.



Per acabar:

El mètode científic

El mètode científic consisteix en buscar una dada de diverses maneres i comparar-les. Si les dades són similars i no detectem cap error farem sempre la MITJANA de totes les mesures trobades, d'aquesta manera reduïm el possible error de la mesura o dels càlculs.

- D.2.** Compareu tots els resultat i si penseu que tots són correctes, feu la mitjana de tots els resultats que heu obtingut.
- D.3.** Escriu detalladament a la llibreta tot el procés que has fet per calcular l'alçada de la farola de les pistes del pati.

E. Preparem la xerrada.

Del 20 al 24 d'abril de 2015 és la setmana de les arts i per aquest motiu hem volgut convidar a la senyora Mercè Alsina, crítica d'art, i el senyor Enric Mauri, artista, perquè ens expliquin moltes coses interessants.

Abans hem d'estar ben preparats i reflexionar sobre les següents preguntes:

- E.1. Que vol dir treballar amb l'art?
- E.2. Per arribar a ser artista, què creus que s'ha d'estudiar?
- E.3. On creus que treballen els artistes?
- E.4. Observa el títol de la xerrada “La proporcionalitat en l'art com a expressió de la mentalitat de cada època”. Què creus que ens explicaran? Discussiu-ho amb el grup i anoteu tres idees de les que creus que parlaran.
- E.5. Al cartell hi ha una imatge. Què creus que volen indicar?
- E.6. Creus que la imatge té relació amb les matemàtiques?
- E.7. Pots veure en la imatge alguna situació de proporcionalitat? Quina?
- E.8. Prepara amb el teu grup una pregunta per fer-li a la senyora Alsina i al senyor Mauri.

Després de la xerrada, reflexiona:

- E.9. Què has après? Escriu una frase a la teva llibreta. Comparteix-la amb el teu grup i anota a la llibreta els aprenentatges dels teus companys.