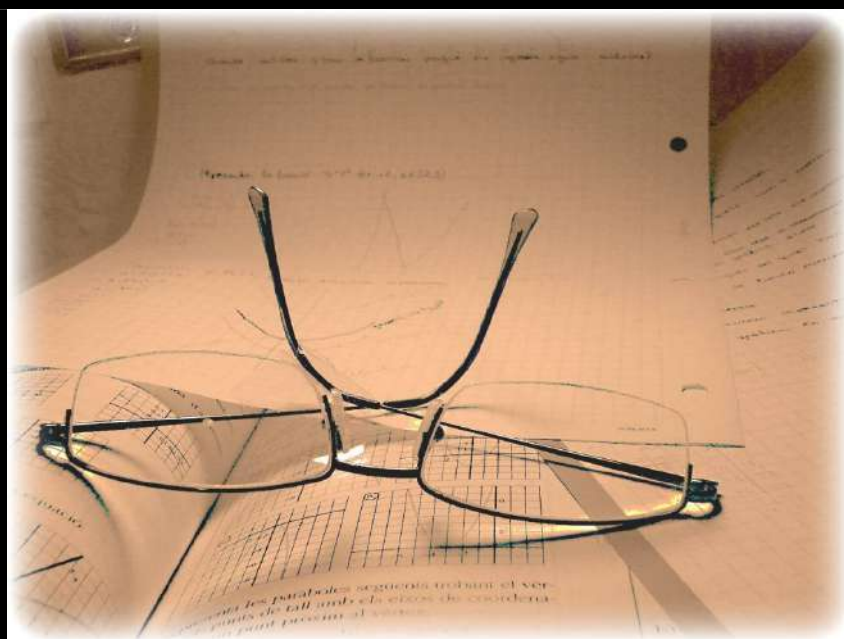


# PROVES PAU

## matemàtiques aplicades a les ciències socials 2010-2017



Títol: Paràbola convexa

Autor: Francisco Javier Perez Padilla

Material recollit per [www.mat3.cat](http://www.mat3.cat)  
Maite Gorriz i Santi Vilches

## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- D'una funció  $y = f(x)$  sabem que la seva derivada és  $f'(x) = x^3 - 4x$ .
  - Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció  $y = f(x)$ .  
[1 punt]
  - Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los.  
[1 punt]
- Des d'una barca es dispara una bengala de salvament marítim que s'apaga al cap de 4 minuts. En aquest interval de temps, es comprova que la intensitat lumínica de la bengala en funció del temps, mesurada en percentatges del 0 % al 100 %, queda perfectament descrita per l'expressió  $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$ , en què el temps  $t$  varia entre 0 i 4 minuts.
  - Calculeu per a quin valor de  $t$  el percentatge d'intensitat lumínica serà màxim.  
[1 punt]
  - Si des de la costa la bengala només és visible quan la seva intensitat lumínica és superior al 75 %, quin és l'interval de temps en què serà visible des de la costa i, per tant, serà més factible el salvament?  
[1 punt]
- Consideren les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$ , en què  $m$  i  $n$  són dos nombres reals.
  - Comproveu que es compleix la igualtat  $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$ .  
[1 punt]
  - Determineu  $m$  i  $n$  de manera que les matrius  $B$  i  $C$  commutin, és a dir,  $B \cdot C = C \cdot B$ .  
[1 punt]

4. Tenim unes quantes monedes d'un euro distribuïdes en tres piles. Passem dotze monedes de la tercera pila a la segona i, a continuació, en passem deu de la segona pila a la primera. Un cop fet això, les tres piles tenen la mateixa quantitat de monedes.
- a) Amb aquestes dades, podem determinar la quantitat de monedes que hi havia inicialment en cada pila? Raoneu la resposta.  
[1 punt]
- b) Esbrineu la quantitat de monedes que hi havia inicialment a cada pila si sabem que en total hi ha 51 monedes.  
[1 punt]
5. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.  
[1 punt]
- b) Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.  
[1 punt]
6. Considereu la funció  $f(x) = -x^2 + bx + c$ , amb  $b$  i  $c$  nombres reals.
- a) Trobeu  $b$  i  $c$  de manera que la gràfica de la funció passi pel punt  $(-1, 0)$  i tingui un extrem local en el punt d'abscissa  $x = 3$ . Raoneu de quin tipus d'extrem relatiu es tracta.  
[1 punt]
- b) Per al cas  $b = 3$  i  $c = 2$ , trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica que és paral·lela a la recta  $y = 5x - 2$ .  
[1 punt]



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Un taller de joieria disposa de 150 grams de plata i de 180 hores de feina per a produir dos models d'anells. Per a fer un anell del model A calen 6 grams de plata i 3 hores de feina, mentre que per a fer-ne un del model B calen 2 grams de plata i 6 hores de feina. Els anells dels models A i B proporcionen, respectivament, 35 i 55 euros de benefici per unitat. Sabent que es vendrà tota la producció, determineu quants anells de cada model cal produir per a obtenir el màxim benefici i indiqueu quin és aquest benefici.  
[2 punts]
2. Una empresa ofereix 225 euros per repartir tot un paquet de fulls de propaganda. En Roc, en Martí i en Guiu decideixen fer la feina entre tots tres: en Martí reparteix un 20 % del total; en Guiu reparteix 100 fulls més que en Roc, i entre en Roc i en Martí en reparteixen 850.
  - a) Calculeu el nombre de fulls que ha repartit cadascun d'ells.  
[1 punt]
  - b) Un cop acabada la feina, decideixen dividir els guanys entre tots tres, proporcionalment als fulls repartits. Segons aquest criteri, quants diners cobrarà en Guiu, quants en cobrarà en Roc i quants en Martí?  
[1 punt]
3. L'any 2008 la nòmina d'un treballador era de 1.000 euros. L'any 2009, l'empresa on treballava va decidir rebaixar-li la nòmina un 10 %. L'any 2010, amb la intenció de recuperar la situació econòmica del treballador, l'empresa va decidir incrementar-li la nòmina un 10 %.
  - a) Calculeu la nòmina del treballador un cop aplicada la rebaixa del 10 % de l'any 2009.  
[0,5 punts]
  - b) Calculeu la nòmina del treballador després d'aplicar-hi l'increment del 10 % de l'any 2010.  
[0,5 punts]
  - c) Si una nòmina de 1.000 euros ha patit una rebaixa d'un 10 %, quin increment percentual s'ha d'aplicar a la nova nòmina per a recuperar el sou de 1.000 euros?  
[1 punt]

4. Les pèrdues o els beneficis d'una empresa vénen donats per la funció  $f(t) = \frac{3t - 6}{t + 2}$ , en què  $f(t)$  s'expressa en centenars de milers d'euros, un cop transcorreguts  $t$  anys des de l'inici del 2010.
- a) Feu un esbós de la gràfica de la funció  $f(t)$  per a  $t > 0$ , calculant els intervals de creixement, els talls amb els eixos i les asímptotes.  
[1 punt]
- b) A l'inici de l'any 2010, quants euros perdia o guanyava l'empresa? Quins anys va tenir pèrdues l'empresa i a partir de quin any en va deixar de tenir?  
[0,5 punts]
- c) A partir de quin any els guanys de l'empresa van ser més grans o iguals a un centenar de milers d'euros? Es poden superar els tres centenars de milers d'euros de beneficis? Raoneu les respostes.  
[0,5 punts]
5. El preu en euros d'una pedra preciosa és cinc vegades el quadrat del seu pes en grams. Si tenim una pedra preciosa de 8 grams i ens plantegem partir-la en dos trossos:
- a) Quin pes ha de tenir cadascun dels trossos perquè el conjunt valgui el mínim possible?  
[1 punt]
- b) Quin és el preu mínim i el preu màxim que pot valer aquest conjunt?  
[1 punt]
6. Considereu les matrius  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- a) Calculeu el valor del paràmetre  $a$  per al qual es compleix que  $A \cdot B = B \cdot A$ .  
[1 punt]
- b) Per al valor  $a = 2$ , trobeu una matriu  $X$  tal que  $A \cdot X \cdot A = B$ .  
[1 punt]



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- Una empresa fabrica dos tipus de gelats, G1 i G2. En el procés d'elaboració utilitza dos tipus d'ingredients, A i B. Disposa de 90 kg de l'ingredient A i de 150 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsula de gelats del tipus G1, empra 1 kg de l'ingredient A i 2 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsula de gelats del tipus G2, empra 2 kg de l'ingredient A i 1 kg de l'ingredient B. Si la capsula de gelats del tipus G1 es ven a 10 euros i la del tipus G2 es ven a 15 euros, quantes capsules de gelats de cada tipus cal fabricar per a maximitzar els ingressos?  
[2 punts]
- Un gimnàs cobra una quota de 42 euros mensuals i té 2.000 usuaris. Un estudi de mercat afirma que per cada euro que s'apuja (o s'abaixa) la quota es perden (o es guanyen) 20 usuaris.
  - Expresseu el nombre d'usuaris del gimnàs en funció de la quota, tenint en compte que la relació entre les dues variables és lineal. Per a quin valor de la quota el gimnàs es quedaria sense usuaris?  
[1 punt]
  - Determineu en quin preu cal fixar la quota per a obtenir un benefici mensual màxim. Quin seria aquest benefici i quants usuaris tindria el gimnàs en aquest cas?  
[1 punt]
- Considerem una funció  $f(x)$  tal que la seva primera derivada és  $f'(x) = x^2 + bx - 3$ , en què  $b$  és un paràmetre real.
  - Determineu el valor de  $b$  perquè  $f(x)$  tingui un extrem relatiu en  $x = -3$  i raoneu si es tracta d'un màxim o d'un mínim.  
[1 punt]
  - Per a  $b = -8$ , trobeu l'equació de la recta tangent a  $f(x)$  en el punt  $(0, 2)$ .  
[1 punt]

4. Un grup inversor vol invertir 6.000 euros en lletres, bons i accions que tenen una rendibilitat del 10 %, del 8 % i del 4 %, respectivament. Tenint en compte que vol obtenir una rendibilitat global del 7 %:
- Trobeu la quantitat que ha d'invertir en lletres i en bons en funció de la quantitat invertida en accions. Quins valors pot prendre la quantitat invertida en accions sabent que les quantitats invertides en cadascun dels productes han de ser sempre més grans o iguals que zero?  
[1 punt]
  - Quant ha d'invertir en cadascuna de les tres opcions si vol invertir en lletres tant com en els altres dos productes junts?  
[1 punt]
5. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$ .
- Comproveu que  $A^3 - I = 0$ , en què  $I$  és la matriu identitat d'ordre 2.  
[1 punt]
  - Calculeu  $A^{11}$  utilitzant la informació de l'apartat *a*.  
[1 punt]
6. El vèrtex d'una paràbola és el punt (1, 2).
- Si la paràbola talla l'eix de les abscisses pel punt  $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$ , quin serà l'altre punt de tall de la paràbola amb l'eix de les abscisses?  
[1 punt]
  - Trobeu l'equació de la paràbola.  
[1 punt]



## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Una fàbrica de mobles de cuina ven 1.000 unitats mensuals d'un model d'armari a 200 € per unitat. Per tal de reduir-ne l'estoc, fa una oferta als compradors i estima que, per cada euro de reducció del preu, les vendes mensuals del producte s'incrementaran en 100 unitats.

a) Quantes unitats caldrà vendre per a obtenir el màxim d'ingressos mensuals?

[1,5 punts]

b) A quant pujaran aquests ingressos?

[0,5 punts]

2. Considereu la funció  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ .

a) Estudieu-ne el creixement i, si en té, determineu-ne i classifiqueu-ne els extrems relatius.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 1$ .

[1 punt]

3. Sigui el sistema d'equacions 
$$\left. \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ 3x + 4y - 5z = 6 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$$
.

a) Justifiqueu si és compatible determinat.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema format per les dues primeres equacions.

[1 punt]



4. Durant la darrera epidèmia d'Ebola es va considerar que, sense cap intervenció, el virus es propagava augmentant en un 3 % diari el nombre d'afectats. Supposeu que en una població, avui, hi ha 25 persones infectades.
- a) Escriviu la fórmula de la funció que dona el nombre de persones infectades en passar els dies. Quantes persones estaran infectades al cap de 20 dies?  
[1 punt]
- b) A partir d'una data determinada, en aquesta població s'apliquen unes mesures sanitàries que permeten que el nombre de persones infectades disminueixi segons la funció  $g(x) = 1.000 \cdot (0,95)^x$ . Si considerem controlada l'epidèmia quan el nombre d'afectats és igual o inferior a 10 persones, quants dies hauran de passar després d'aplicar les mesures sanitàries per a poder declarar controlada l'epidèmia?  
[1 punt]
5. La butlleta guanyadora d'una loteria està formada per tres nombres. Sabem que la suma del primer i el segon excedeix en dues unitats el tercer; que el primer nombre menys el doble del segon és deu unitats menor que el tercer, i que la suma dels tres nombres és 24. Quina és la butlleta guanyadora?  
[2 punts]
6. Tenim quatre rectes: la recta  $r_1$  passa pels punts  $(-1, 0)$  i  $(0, 1)$ ; la recta  $r_2$  passa per  $(-1, 0)$  i  $(0, -1)$ ; la recta  $r_3$  passa per  $(1, 0)$  i  $(0, 1)$ , i la recta  $r_4$  passa per  $(1, 0)$  i  $(0, -1)$ .
- a) Escriviu les inequacions que compleixen els punts de la frontera i de l'interior del quadrat que determinen aquestes quatre rectes i dibuixeu-lo.  
[1 punt]
- b) Determineu el valor màxim de  $k$  que fa que la recta  $y = 2x + k$  tingui algun punt en comú amb el quadrilàter anterior.  
[1 punt]



## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Dues de les escales que se solen usar per a mesurar temperatures, l'escala Fahrenheit i l'escala Celsius, estan relacionades linealment, és a dir, la funció que dona la temperatura  $F$  en graus Fahrenheit a partir de la temperatura  $C$  en graus Celsius és una recta. L'escala Celsius estableix els  $0^{\circ}\text{C}$  com a temperatura de congelació de l'aigua i els  $100^{\circ}\text{C}$  com a temperatura d'ebullició. En l'escala Fahrenheit, aquests canvis d'estat de l'aigua s'esdevenen als  $32^{\circ}\text{F}$  i als  $212^{\circ}\text{F}$ , respectivament.
  - a) Escriviu la funció que, per a cada temperatura expressada en graus Celsius, dona la temperatura expressada en graus Fahrenheit.  
[1 punt]
  - b) A quina temperatura coincideixen els graus Celsius amb els graus Fahrenheit?  
[1 punt]
  
2. Dues famílies van a una cafeteria. La primera família pren 1 refresc, 3 cafès i 7 magdalenes, i paga un total d'11,75 €. La segona família demana 1 refresc, 4 cafès i 10 magdalenes i paga per tot plegat 15,5 €.
  - a) Digueu, raonadament, si és possible saber el preu d'un cafè, el d'un refresc i el d'una magdalena.  
[1 punt]
  - b) Calculeu quant ha de pagar una família que prengui un refresc, un cafè i una magdalena.  
[1 punt]

3. Sigui la funció  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

a) Estudieu en quins intervals  $f$  creix i en quins intervals decreix. Determineu i classifiqueu, si n'hi ha, els màxims i els mínims de  $f$ .

[1 punt]

b) Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 2$ .

[1 punt]

4. Sabem que la funció derivada  $f'$  d'una funció  $f$ , polinòmica de tercer grau, talla l'eix de les abscisses en els punts  $x = -1$  i  $x = 2$ .

a) Justifiqueu si és possible que  $f'$  talli també l'eix de les abscisses en un punt diferent dels dos esmentats.

[1 punt]

b) Si ens diuen que  $f'(1) = 2$ , indiqueu i classifiqueu els màxims i els mínims de la funció  $f$ .

[1 punt]

5. Considereu la regió del pla limitada per les rectes següents:

$$y = x + 1, y = -x + 1, y = x - 1, y = -x - 1.$$

a) Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.

[1 punt]

b) Considereu ara la família de rectes  $y = 2x + k$ . Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de  $k$  i determineu aquest valor.

[1 punt]

6. Considereu les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

a) Calculeu les matrius  $A \cdot B$  i  $B \cdot A$ .

[1,5 punts]

b) Justifiqueu si en algun cas és possible calcular  $P^2$  quan  $P$  és una matriu no quadrada.

[0,5 punts]



Institut  
d'Estudis  
Catalans



# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. La Maria té el doble de diners que en Pol i la Júlia junts. En Pol té la sisena part de diners que la Maria. La Júlia té el doble de diners que en Pol. La Maria té el triple de diners que la Júlia.
  - a) Amb aquestes dades, podem saber quants diners tenen cadascun d'ells? Trobeu el conjunt de solucions possibles.  
[1,5 punts]
  - b) Si en Pol té 35 €, quants diners tenen la Maria i la Júlia?  
[0,5 punts]

2. Una empresa ven un producte a un preu de  $p$  euros. El nombre d'unitats venudes depèn del preu que fixem segons la funció

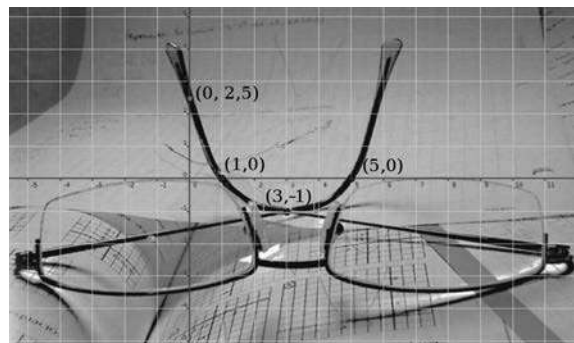
$$V(p) = \frac{30p + 10}{p}.$$

- a) Demostreu que, en augmentar els preus, les vendes disminueixen.  
[1 punt]
- b) És possible que l'empresa vengui 20 unitats del producte? Si el preu augmenta indefinidament, què passarà amb les vendes?  
[1 punt]

3. La *fotografia matemàtica* següent sembla indicar que les branques de les ulleres formen una paràbola. Tanmateix, no totes les corbes en forma de «U» són paràboles. Hem marcat sobre uns eixos de coordenades alguns dels punts: (0, 2,5), (1, 0), (3, -1) i (5, 0).

Justifiqueu si la gràfica correspon a una paràbola o no.

[2 punts]



FONT: [www.fotografiamatematica.cat](http://www.fotografiamatematica.cat).

4. **a)** La matriu ampliada d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites és

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right).$$

Justifiqueu, sense resoldre'l, si el sistema és incompatible, compatible indeterminat o determinat.

[1 punt]

- b)** Considereu ara la matriu d'un altre sistema de tres equacions amb tres incògnites:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right).$$

Justifiqueu si és incompatible o compatible i, en aquest darrer cas, resoleu-lo.

[1 punt]

5. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ .

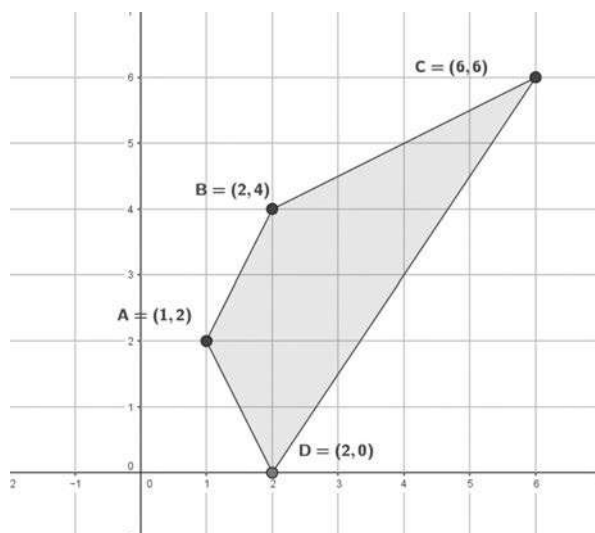
- a)** Determineu els punts en què la funció  $f$  talla cadascun dels eixos. Determineu també els intervals on la funció  $f$  és positiva.

[1 punt]

- b)** Determineu els punts en què la recta tangent a la gràfica de  $f$  és horitzontal.

[1 punt]

6. Considereu el quadrilàter de la figura adjunta.



- a)** Definiu les condicions que han de complir els punts del quadrilàter ombrejat, inclouent-hi la frontera.

[1,5 punts]

- b)** Justifiqueu analíticament si el punt  $P = (4, 3)$  pertany al quadrilàter.

[0,5 punts]

## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Un arbre té un volum de  $30 \text{ m}^3$  i, per la qualitat de la seva fusta, es ven a  $50 \text{ €}$  per metre cúbic. Cada any l'arbre augmenta el volum en  $5 \text{ m}^3$ . Alhora, la qualitat de la fusta de l'arbre disminueix, i també el preu, que cada any és un euro per metre cúbic més barat. D'aquí a quants anys aconseguirem el màxim d'ingressos per la venda de la fusta de l'arbre? Quins seran aquests ingressos?  
[2 punts]
2. En resoldre un sistema lineal de tres equacions amb tres incògnites,  $x$ ,  $y$  i  $z$ , hem trobat que les solucions compleixen les condicions següents:
  - La suma de les solucions és 6.
  - La segona és la mitjana aritmètica de les altres dues.
  - El valor de la tercera és la suma dels valors de les altres dues.Escriuiu el sistema d'equacions que satisfà les condicions anteriors, resoleu-lo i indiqueu si és compatible determinat o indeterminat.  
[2 punts]
3. Considereu la funció  $f(x) = \frac{2x + 2}{x^2 - x + 2}$ .
  - a) Escriuiu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt de tall amb l'eix de les ordenades.  
[1 punt]
  - b) Determineu els punts de la corba en què la recta tangent és horitzontal.  
[1 punt]

4. Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -a \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} b & c \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) Calculeu les matrius  $A + B$  i  $A \cdot B$ .

[1 punt]

b) Determineu els valors de  $a$ ,  $b$  i  $c$  que compleixen que  $A + B = A \cdot B$ .

[1 punt]

5. La funció derivada d'una funció  $f$  és  $f'(x) = e^{-2x} \cdot (x - x^2)$ .

a) Estudieu el creixement i el decreixement de la funció  $f$ .

[1 punt]

b) Si la funció  $f$  té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.

[1 punt]

6. Una refinaria de petroli produeix gasolina i gasoil. En el procés de refinació que s'hi porta a terme s'obté més gasolina que gasoil. A més, per a cobrir la demanda cal produir com a mínim 3 milions de litres de gasoil al dia, mentre que la demanda de gasolina és de 6,4 milions de litres al dia, com a màxim.

La gasolina té un preu d'1,9 €/L, i el gasoil val 1,5 €/L. Tenint en compte que es ven la totalitat de la producció, determineu quants litres de gasolina i de gasoil cal produir al dia per a obtenir el màxim d'ingressos.

[2 punts]



Institut  
d'Estudis  
Catalans

## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. El mes de gener passat, en Joan, la Carla i la Laura van invertir en borsa. La Carla va invertir el doble que la Laura. Aquell mes, en Joan i la Carla van tenir uns guanys del 30 %, mentre que la Laura va tenir unes pèrdues del 10 %. De resultes d'això, van obtenir conjuntament uns guanys del 20 %. Van acordar tornar a invertir el febrer, incrementant cadascú un 10 % les seves inversions inicials. Si el mes de febrer van invertir entre tots tres 770 €, quina quantitat havia invertit cadascú el mes de gener?  
[2 punts]
2. La funció derivada d'una funció  $f$  és  $f'(x) = (x - 5) \cdot e^{-2x}$ .
  - a) Si en té, determineu i classifiqueu els extrems de la funció  $f$ .  
[1 punt]
  - b) Sabem que la gràfica de  $f$  passa per  $P(0, 2)$ . Calculeu l'equació de la recta tangent a  $f$  en el punt  $P$ .  
[1 punt]
3. El preu, expressat en milers d'euros, del robí africà és el doble del quadrat del seu pes en grams, mentre que el preu del robí tailandès és quatre vegades el cub del seu pes en grams. Ens han enviat un paquet amb dos robins, un de cada classe, que en total pesen 2 grams.
  - a) Si els dos robins pesessin el mateix, quin preu hauríem de pagar?  
[1 punt]
  - b) Quant ha de pesar cada robí perquè el preu del paquet sigui mínim? Quin és aquest preu mínim?  
[1 punt]



4. Donades les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , calculeu la matriu  $X$  que compleix

$$X \cdot A + B^2 = 2 \cdot I_2, \text{ on } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ és la matriu identitat d'ordre 2.}$$

[2 punts]

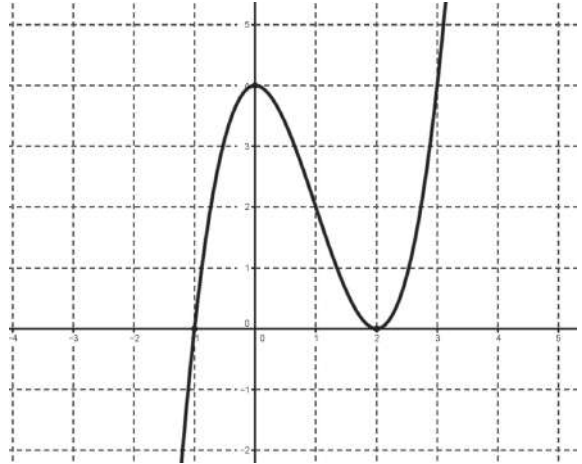
5. La gràfica adjunta mostra la funció  $f'$ , derivada d'una funció  $f$ .

a) Determineu en quins intervals la funció  $f$  és creixent i en quins intervals és decreixent. Si n'hi ha, classifiqueu els extrems de la funció  $f$ .

[1 punt]

b) Indiqueu per a quins valors de  $x$  la recta tangent a  $f$  és horitzontal.

[1 punt]



6. Considereu el triangle de vèrtexs  $A(-2, 0)$ ,  $B(0, 3)$  i  $C(2, -1)$ .

a) Determineu les condicions que ha de complir un punt per a no ser fora del triangle.

[1 punt]

b) Justifiqueu analíticament si els punts  $P(1, 1)$ ,  $Q(-1, 1)$  i  $R(-1, 2)$  són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

[1 punt]



## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- Una persona decideix invertir un total de 60.000 €, repartits entre tres entitats d'estalvi diferents: A, B i C. Aquesta persona decideix que la quantitat invertida a l'entitat A sigui la meitat de la quantitat total invertida a les entitats B i C. A més, sabem que l'entitat A li ha assegurat una rendibilitat del 5%; l'entitat B, una rendibilitat del 10%, i l'entitat C, una rendibilitat del 2%. Calculeu les quantitats invertides a cada entitat d'estalvi si sabem que aquest inversor obtindrà uns beneficis totals de 4.200 €.  
[2 punts]
- Un hotel cobra 45 € per habitació i nit. Per aquest preu, té ocupades 165 habitacions cada nit. S'ha fet un estudi a partir del qual s'ha deduït que, per cada euro que s'apugi el preu de l'habitació, se n'ocuparà una menys cada nit.
  - Si  $x$  és la quantitat que s'apuja el preu de l'habitació per sobre dels 45 € inicials, determineu la funció que dóna els ingressos diaris de l'hotel segons el valor de  $x$ . Indiqueu també els ingressos màxims que pot obtenir l'hotel.  
[1 punt]
  - Indiqueu entre quins preus obtindrà ingressos l'hotel.  
[1 punt]
- Determineu els valors de  $a$ ,  $b$  i  $c$  que fan que la funció  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  passi pel punt  $(0, 4)$  i tingui extrems relatius en els punts d'abscissa  $x = 1$  i  $x = 3$ . Classifiqueu aquests extrems.  
[2 punts]

4. S'ha observat que el nombre d'entrades que es venen al cinema d'un poble està lligat al sou mitjà  $x$  de la població, expressat en milers d'euros, segons la funció

$$N(x) = \frac{50x}{x^2 + 1}.$$

- a) Determineu el sou mitjà de la població que correspon a la màxima venda d'entrades i justifiqueu la resposta.

[1 punt]

- b) Si suposem que els sous de la població creixen indefinidament, com incidiria aquest fet en la venda d'entrades del cinema?

[1 punt]

5. Trobeu les matrius  $A$  i  $B$  sabent que  $A - 2B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  i que  $2A + 3B = \begin{pmatrix} 7 & 15 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$ .  
[2 punts]

6. Considereu la regió del pla limitada per les rectes

$$y = 2x + 2, y = -2x + 2, y = 2x - 2, y = -2x - 2.$$

- a) Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.

[1 punt]

- b) Considereu ara la família de rectes  $y = x + k$ . Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de  $k$  i determineu aquest valor.

[1 punt]



Institut  
d'Estudis  
Catalans

## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. En Pol, la Júlia i la Maria han comprat un regal. La Júlia ha gastat la meitat de diners que la Maria, i en Pol n'ha gastat el triple que la Júlia.
  - a) Expliqueu raonadament si amb aquestes dades en tenim prou per a determinar quant ha gastat cadascun d'ells.  
[1 punt]
  - b) Si a més ens diuen que entre tots tres han gastat 63 €, quant ha gastat cadascú?  
[1 punt]
  
2. La gràfica de la derivada  $f'$  de la funció  $f$  és una paràbola que talla l'eix d'abscisses en els punts  $(5, 0)$  i  $(1, 0)$ , i té el vèrtex en el punt  $(3, -4)$ .
  - a) Expliqueu raonadament en quins intervals la funció  $f$  és creixent i en quins intervals és decreixent. Indiqueu-ne els extrems relatius i classifiqueu-los.  
[1 punt]
  - b) Sabem que  $f(3) = 2$ . Determineu l'equació de la recta tangent a la funció  $f$  en el punt  $(3, 2)$ .  
[1 punt]

3. Una cadena de televisió decideix emetre un nou programa en la franja horària de les 17.00 h a les 21.00 h. El percentatge d'audiència  $P$  de la primera emissió en funció del temps  $t$ , mesurat en hores, és definit per la funció

$$P(t) = \frac{1}{5}(-t^3 + 49t^2 - 760t + 3.690) \quad 17 \leq t \leq 21.$$

Els directius de la cadena acorden que el programa se seguirà emetent si en algun moment s'aconsegueix un percentatge d'audiència superior al 20 %.

- a) Expliqueu raonadament en quins intervals de temps l'audiència del programa va augmentar i en quins intervals va disminuir.

[1 punt]

- b) En vista dels resultats, se seguirà emetent el programa? Justifiqueu la resposta.

[1 punt]

4. Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$  i  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , determineu  $x$  per tal que es verifiqui l'equació  $A^2 - 6A + 5I = \mathbf{0}$ , on  $\mathbf{0}$  és la matriu en què tots els elements són 0.

5. Hem de fertilitzar els terrenys d'una finca utilitzant dos adobs, A i B. El cost de l'adob A és de 0,9 €/kg, i l'adob B costa 1,5 €/kg. L'adob A conté un 20 % de nitrogen i un 10 % de fòsfor, mentre que l'adob B en conté un 18 % i un 15 %, respectivament. Per a fertilitzar els terrenys correctament ens cal un mínim de 180 kg de nitrogen i 120 kg de fòsfor.

- a) Si anomenem  $x$  els kilograms d'adob A i  $y$  els kilograms d'adob B, escriviu el sistema d'inequacions que satisfà les condicions anteriors.

[1 punt]

- b) Quina és la despesa mínima que hem de fer si volem fertilitzar els terrenys de la finca correctament?

[1 punt]

6. Sigui la funció  $f(x) = x \cdot e^x$ .

- a) Si la funció  $f$  té extrems relatius, determineu-los i classifiqueu-los.

[1 punt]

- b) Calculeu la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 0$ .

[1 punt]



Institut  
d'Estudis  
Catalans



## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- El preu en borsa d'unes accions és definit per la funció  $p(t) = 500 \cdot e^{0,3t}$ , on  $t$  indica els anys transcorreguts a partir del moment present.
  - Si venem les accions d'aquí a un any, quin percentatge de benefici obtindrem?  
[1 punt]
  - D'aquí a quants anys haurem aconseguit doblar el preu de les accions?  
[1 punt]
- Una empresa d'informàtica fabrica ordinadors portàtils i de taula i ven tots els que fabrica. L'empresa té capacitat per a fabricar 3.000 ordinadors. Per qüestions de mercat, el nombre d'ordinadors de taula no pot ser inferior a la meitat del nombre de portàtils, però tampoc no pot superar el nombre de portàtils. L'empresa guanya 100 € per cada ordinador de taula, i un 20 % més en la venda de cada portàtil. Quants ordinadors de cada classe ha de fabricar per a maximitzar els beneficis?
- Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  i  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
  - Determineu una matriu  $X$  que verifiqui  $A \cdot X = I$ .  
[1 punt]
  - Determineu una matriu  $Y$  que verifiqui  $A \cdot Y \cdot A = B$ .  
[1 punt]

4. Els beneficis diaris, en centenars d'euros, d'un taller de bicicletes són definits per la funció  $f(x) = -20x^2 + 50x - 20$ , on  $x$  són els centenars de bicicletes venudes. El taller només té capacitat per a fabricar 200 bicicletes al dia.
- a) Calculeu el benefici màxim diari que pot obtenir el taller.  
[1 punt]
- b) Determineu el nombre mínim de bicicletes que ha de fabricar per a no tenir pèrdues.  
[1 punt]
5. Considereu la funció  $f(x) = \frac{3x - 4}{2x - 5}$ .
- a) Indiqueu-ne el domini i els punts on la gràfica de la funció  $f$  talla l'eix d'abscisses.  
[1 punt]
- b) Determineu-ne, si en té, les asímptotes horitzontals i verticals.  
[1 punt]
6. Un botiguer vol determinar la quantitat de bitllets de 5 €, 10 € i 20 € que ha de tenir a la botiga per a atendre millor els clients. En total, vol tenir 1.375 € en 90 bitllets a la caixa. A més, s'ha adonat que li convé tenir el doble de bitllets de 20 € que de 5 € i 10 € junts. Quants bitllets haurà de tenir de cada classe?



## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- Si un venedor d'articles de luxe fa un descompte del 20 % sobre el preu de venda d'un article, guanya 1.848 € sobre el preu de cost; si fa un descompte del 50 %, perd 420 €.
  - Calculeu el preu de cost i el preu de venda de l'article.  
[1 punt]
  - Quin percentatge aplica sobre el preu de cost per calcular el preu de venda?  
[1 punt]
- S'han corregit unes quantes proves de selectivitat i s'han puntuat amb notes entre 0 i 10. El nombre de persones que han obtingut una determinada qualificació  $x$  és definit per la funció  $N(x) = 250 - (2x - 9)^2$ .
  - Quantes persones han tret un 10 en aquesta prova? Quantes persones han tret un 6?  
[1 punt]
  - Quina és la nota que han tret més persones? Quantes persones han tret aquesta nota?  
[1 punt]
- La funció derivada d'una funció  $f$  és  $f'(x) = e^{-x} \cdot (x - x^2)$ .
  - Estudieu el creixement i el decreixement de la funció  $f$ .  
[1 punt]
  - Si la funció  $f$  té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.  
[1 punt]



4. El propietari d'un bar ha comprat refrescos, cervesa i vi per un total de 5.000 €, sense impostos. El vi val 600 € menys que els refrescos i la cervesa plegats. Si tenim en compte que pels refrescos ha de pagar un IVA del 6 %, per la cervesa un del 12 % i pel vi un del 30 %, aleshores la factura total, amb els impostos inclosos, puja a 5.924 €. Calculeu quant ha pagat, sense IVA, per cada classe de beguda.
5. Una companyia aèria programa una oferta d'un màxim de 5.000 places, entre classe turista i preferent. Per cada plaça de classe turista obté uns guanys de 30 €, mentre que per cada plaça de classe preferent el benefici és de 40 €. Per raons tècniques, no és possible oferir més de 4.500 places de classe turista, i el nombre de places de classe preferent no pot superar la tercera part de les de classe turista. Calculeu quantes places de cada classe cal oferir per a maximitzar els guanys.
6. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ .
- a) Determineu-ne, si en té, les asímptotes horitzontals i verticals.  
[1 punt]
- b) Justifiqueu que és decreixent en tot el domini de  $f$ .  
[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- Donada una funció  $f$ , sabem que  $f'(x) = e^{-x} \cdot (2x^2 - 3x)$ .
  - Estudieu el creixement i el decreixement de la funció  $f$ .  
[1 punt]
  - Si la funció  $f$  té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.  
[1 punt]
- La Júlia, en Pol i la Maria han anat a comprar fruita. La Júlia ha comprat un kilogram de pomes, dos de préssecs i tres de taronges, i ha pagat 9 €. En Pol ha comprat dos kilograms de pomes i quatre de préssecs, i ha pagat 12 €. La Maria, en canvi, ha comprat quatre kilograms de pomes i dos de taronges, i ha pagat 8 €. Calculeu el preu del kilogram de cada fruita.  
[2 punts]
- Els dos darrers anys, el valor de les accions en borsa d'una empresa ha baixat un 20 % anual.
  - Aquest any, en canvi, les accions han pujat un 30 %. Quin és el percentatge global de pèrdua en aquests tres anys?  
[1 punt]
  - Quin hauria de ser el percentatge de guanys d'aquest tercer any si el balanç global dels tres anys acaba sent equilibrat, és a dir, sense pèrdues ni guanys?  
[1 punt]

4. Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \end{pmatrix}$ .
- a) Resoleu l'equació matricial  $X + 2A = X \cdot A$ , on  $X$  és la matriu incògnita.  
[1 punt]
- b) Hi ha cap matriu  $Y$  que verifiqui  $Y \cdot A = B$ ? I que verifiqui  $A \cdot Y = B$ ? Justifiqueu les respostes.  
[1 punt]
5. Un florista disposa de 50 margarides, 80 roses i 80 clavells, i en fa rams de dues classes: per a uns fa servir 10 margarides, 20 roses i 10 clavells, i per als altres fa servir 10 margarides, 10 roses i 20 clavells. La primera classe de rams es ven a 40 €, mentre que la segona es ven a 50 €. Quants rams de cada classe ha de fer si vol ingressar el màxim possible?  
[2 punts]
6. La demanda d'energia elèctrica d'una ciutat, comptada a partir de la mitjanit i fins a les vuit del matí, és donada per la funció  $f(t) = \frac{t^2 - 6t + 12}{6}$ , on  $t$  s'expressa en hores (h) i  $f(t)$ , en milions de kilowatts hora (kW h).
- a) A quina hora el consum coincideix amb el de la mitjanit, i quin és aquest consum?  
[1 punt]
- b) A quina hora es donarà el mínim consum? Justifiqueu que, efectivament, es tracta d'un mínim.  
[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Un equip científic ha estudiat l'evolució de la població d'una petita illa de la Polinèsia. Com a conclusió, ha determinat que, per tal d'obtenir una bona estimació de la població, cal fer servir l'expressió

$$P(t) = 400 + 18t - 6t^{\frac{3}{2}},$$

on  $t$  indica els anys transcorreguts des del principi de l'estudi.

- a) Determineu la població de l'illa quan va començar l'estudi, i al cap d'un any. Quina ha estat la taxa de creixement en aquest període?

[1 punt]

- b) Al cap de quants anys després del començament de l'experiment va deixar de créixer la població de l'illa? Quin va ser el nombre màxim d'habitants?

[1 punt]

2. Siguin les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ b & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Determineu el valor dels paràmetres  $a$  i  $b$  que fa que  $A \cdot B = B \cdot A$ .

[1 punt]

- b) Determineu el valor de  $a$  per al qual es verifica  $A^2 = 2A$ .

[1 punt]

3. En un hort hi ha plantades 50 pomeres. Cada arbre produeix 800 pomes. Per cada arbre addicional que hi plantem, la producció de cada arbre es redueix en 10 pomes. Quants arbres més ens cal plantar per a obtenir la producció més alta possible? Quina és aquesta producció?

[2 punts]

4. Els beneficis d'una companyia de transport de viatgers són donats per la funció  $B(x) = ax^2 + bx + c$ , on  $x$  és el preu que la companyia cobra per cada viatge. Sabem que si cobren 40 € per viatge, els beneficis són 19.000 €. A més, si augmentem el preu un 25 %, el benefici que s'obté és el màxim, 20.000 €. Tenint en compte aquestes dades, determineu els valor de  $a$ ,  $b$  i  $c$ .  
[2 punts]
5. Un botiguer va al mercat central amb la seva furgoneta, que pot carregar 700 kg, i amb 500 € a la butxaca, a comprar fruita per a la seva botiga. Hi troba pomes a 0,80 €/kg i taronges a 0,50 €/kg. Calcula que podrà vendre les pomes a 0,90 €/kg i les taronges a 0,58 €/kg. Quina quantitat de pomes i de taronges li convé comprar si vol obtenir el benefici més gran possible?  
[2 punts]
6. Determineu els valors dels paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  que fan que les corbes d'equació  $f(x) = x^3 + ax + b$  i  $g(x) = x^3 + cx^2 - 2$  tinguin la mateixa recta tangent en el punt (1, 1).  
[2 punts]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

---

### Matemàtiques aplicades a les ciències socials

#### Sèrie 3

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. He anat a una botiga i he decidit comprar uns pantalons, una camisa i unes sabates. Si faig la compra avui, em costarà tot plegat 120 €. A més, actualment, la camisa i les sabates costen, plegades, el doble dels pantalons.  
Si m'espero una setmana, els pantalons i les sabates tindran un descompte del 20 %, mentre que la camisa només tindrà un descompte del 10 %. D'aquesta manera, pagaré 99 €. Quin és el preu inicial de cada article?  
[2 punts]
2. Donades les funcions  $f(x) = x^3 + 5x^2 + (3 + k)x$  i  $g(x) = x^2 + kx$ .
  - a) Determineu les abscisses dels punts de tall de les dues corbes.  
[1 punt]
  - b) Determineu  $k$  perquè la paràbola donada per la funció  $g$  tingui el vèrtex en el punt d'abscissa  $x = 2$ , i determineu-ne l'ordenada.  
[1 punt]
3. Sigui la matriu  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
  - a) Calculeu  $A^2$ ,  $A^3$  i  $A^4$ .  
[1 punt]
  - b) Calculeu  $A^{201}$  i  $A^{344}$ .  
[1 punt]

4. Una empresa agrícola ha recollit un total de 40 tones de fruita que produeixen un benefici de 0,80 €/kg. Cada setmana que passa es produeix una pèrdua de 400 kg de fruita, però el benefici augmenta en un cèntim per cada kilogram.
- a)** Quin benefici s'obté si es ven la fruita al cap de nou setmanes? Quin percentatge de fruita s'ha hagut de llençar?  
[1 punt]
- b)** Quina setmana de venda serà la que obté un benefici màxim?  
[1 punt]
5. Segons uns estudis de laboratori, l'evolució de la població en un cultiu de bacteris al llarg del temps segueix la funció  $f(t) = 30 \cdot (1 - e^{-t}) + 10$ , on  $t$  són els dies que han transcorregut des de l'inici de l'experiment, i  $f(t)$  és la població, en milions de bacteris.
- a)** Quina població hi ha en el moment de començar l'experiment? Justifiqueu si en algun moment hi arribarà a haver 40 milions de bacteris.  
[1 punt]
- b)** Hi haurà algun moment en què la població sigui màxima? Justifiqueu la resposta.  
[1 punt]
6. Tinc un problema: fabrico televisors de LED, que em deixen un benefici de 100 € cadascun, i televisors de plasma, que em donen la meitat de benefici unitari. No puc produir més de 30 televisors al dia, i la diferència entre la producció dels de LED i els de plasma és, com a màxim, de quatre unitats. Quants n'he de produir de cada classe per a guanyar el màxim?  
[2 punts]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considerem les funcions  $f(x) = (x-a)^3$  i  $g(x) = -x^2 + bx + c$ .
  - a) Determineu els valors dels paràmetres que fan que les dues corbes tinguin la mateixa tangent en el punt  $(2, 1)$ .  
[1,5 punts]
  - b) En el cas  $a = 1$ , feu una gràfica aproximada de la funció  $f$ .  
[0,5 punts]
  
2. Considerem la funció  $f(x) = \frac{12}{x}$ .
  - a) Indiqueu-ne el domini i estudeu-ne el creixement.  
[1 punt]
  - b) Calculeu les equacions de les rectes tangents a la gràfica de  $f$  que són paral·leles a la recta  $y + 3x = 2$ .  
[1 punt]
  
3. Una botiga ven llaunes de beguda a 0,6 € la llauna, però si comprem un paquet de sis llaunes ens cobren 3 €.
  - a) Quin és el percentatge d'estalvi en comprar un paquet respecte a la compra de sis llaunes soltes?  
[1 punt]
  - b) En una setmana, la botiga ha venut 240 llaunes i ha ingressat 132,6 €. Quants paquets de sis llaunes ha venut?  
[1 punt]



4. Una petita fàbrica produeix formatge i mantega. Per a fabricar un formatge es necessiten 10 litres de llet, mentre que per a fabricar una pastilla de mantega se'n necessiten 5. La quantitat de formatges produïts no pot superar el doble de la quantitat de pastilles de mantega. De la mateixa manera, la quantitat de pastilles de mantega no pot superar el doble de la quantitat de formatges produïts. En total, la fàbrica disposa de 800 litres de llet. Després de la venda, per cada formatge s'obté un benefici de 5 € i per cada pastilla de mantega s'obté un benefici de 2 €. Determineu quina quantitat de formatges i quina quantitat de pastilles de mantega cal produir per tal que el benefici total després de la venda sigui màxim. Quin benefici s'obindrà?

[2 punts]

5. Disposem de 48 cm<sup>2</sup> de material per a fabricar una capsula de base quadrada, sense tapa. Calculeu les dimensions de la capsula de volum més gran que podem construir en aquestes condicions. Quin serà el volum de la capsula?

[2 punts]

6. Considerem les matrius  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) Trobeu una matriu  $\mathbf{X}$  que compleixi que  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{X} = \mathbf{C}$ .

[1 punt]

b) Calculeu  $\mathbf{C}^3$ .

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Sobre la funció  $f(x) = \frac{a}{x^2 + bx + c}$  disposem de les dades següents:
  - les seves asímptotes verticals són  $x = -3$  i  $x = 1$ ;
  - la seva gràfica passa pel punt  $(0, -4)$ .

**a)** Determineu la fórmula de la funció i feu un dibuix aproximat de la gràfica corresponent.  
[1 punt]

**b)** En el cas  $a = 1$ ,  $b = -2$  i  $c = -1$ , determineu i classifiqueu, si existeixen, els extrems relatius de la funció.  
[1 punt]
2. Construïm en el pla el quadrilàter de vèrtexs  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(4, 5)$  i  $D(3, 0)$ , els costats del qual són els segments  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  i  $DA$ .

**a)** Escriviu les desigualtats que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del quadrilàter  $ABCD$ .  
[1 punt]

**b)** Feu servir les desigualtats anteriors per a justificar si els punts  $P(3, 1)$ ,  $Q(3, 4)$  i  $R(5, 2)$  són interiors, exteriors o estan sobre els costats del quadrilàter.  
[1 punt]
3. Considerem les matrius  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

**a)** Justifiqueu si és possible efectuar  $A \cdot B$  o  $B \cdot A$ . En cas afirmatiu, calculeu-ho.  
[1 punt]

**b)** Calculeu  $B^2$  i  $B^3$ .  
[1 punt]

4. Un triangle té els vèrtexs  $O(0, 0)$ ,  $A(6, 0)$  i  $B(0, 3)$ .
- a)** Dibuixeu-lo i escriviu l'equació de la recta que conté el segment  $AB$ .  
[0,5 punts]
- b)** Considerem un punt  $P$  situat sobre el segment  $AB$ , i dibuixem el rectangle que té per diagonal  $OP$  i dos costats sobre els eixos de coordenades. Determineu les coordenades de  $P$  que fan màxima l'àrea del rectangle.  
[1,5 punts]
5. Sigui  $f$  una funció polinòmica de grau 3, amb un màxim a  $(0, 0)$  i un mínim a  $(2, -4)$ .
- a)** Feu una gràfica aproximada de  $f$ .  
[0,5 punts]
- b)** Determineu la fórmula de la funció.  
[1,5 punts]
6. En Joan, en Pere i en Marc tenen, entre els tres, seixanta-tres anys. Si en Joan tingués tres anys menys, la seva edat seria el doble de les edats d'en Pere i en Marc junts. Si en Pere tingués un any més, la seva edat seria la meitat de la d'en Marc. Quina és l'edat actual de cadascun d'ells?  
[2 punts]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- La població de bacteris en una mostra evoluciona segons la funció  $f(t) = -t^2 + 4t + 12$ , on  $t$  correspon al nombre de setmanes des de l'inici de l'experiment, i  $f(t)$  és el nombre d'individus que formen la mostra, en milions d'unitats.
  - Quantes setmanes han de passar fins a la desaparició de la població?  
[1 punt]
  - Quin serà el nombre màxim d'individus de la mostra, i al cap de quantes setmanes s'aconseguirà?  
[1 punt]
- Construïm en el pla el triangle de vèrtexs  $A(-3, 1)$ ,  $B(1, 2)$  i  $C(-2, 3)$ .
  - Trobeu les inequacions que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del triangle  $ABC$ .  
[1 punt]
  - Justifiqueu si els punts  $P(0, 2)$ ,  $Q(2, 2)$  i  $R(-1, 2)$  són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.  
[1 punt]
- Donada la funció  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , determineu els valors dels tres paràmetres sabent que la gràfica de la funció passa pel punt  $(1, 18)$  i que té extrems relatius per a  $x = -2$  i  $x = 4$ .  
[2 punts]

4. Una empresa cinematogràfica disposa de tres sales, A, B i C. Els preus d'entrada a aquestes sales són de 7 €, 8 € i 9 €, respectivament. Un dia determinat, la recaptació conjunta de les tres sales va ser de 1 520 €, i el nombre total d'espectadors va ser 200. Si s'haguessin intercanviat els espectadors de les sales A i B, la recaptació total s'hauria incrementat en 20 €. Calculeu el nombre d'espectadors que va acudir a cada una de les sales.

[2 punts]

5. Considerem la funció  $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$ .

a) Escriviu la fórmula de la funció que a cada nombre real,  $x$ , li fa correspondre el pendent de la recta tangent a  $f$  en el punt d'abscissa  $x$ .

[1 punt]

b) Determineu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = -1$ .

[1 punt]

6. Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) Determineu les matrius  $X$  i  $Y$  que compleixin que  $X - 2Y = A$  i  $2X - Y = B$ .

[1 punt]

b) Calculeu  $(A + 2 \cdot Id)^2$ , on  $Id$  és la matriu identitat.

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Un estudi de laboratori sobre la propagació d'una espècie de mosques mostra que, passades  $t$  setmanes, el nombre d'individus és  $N(t)$  centenars de mosques, en què  $N(t) = -(t-2)^2 + 9$ .
  - a) Quantes mosques formen la població al cap d'una setmana? Quantes setmanes han de transcórrer fins a la desaparició total de les mosques?  
[1 punt]
  - b) Quina és la població màxima d'individus? Quantes setmanes han hagut de passar per a obtenir aquesta població màxima?  
[1 punt]
  
2. Una empresa fabrica dos tipus de begudes, que anomenarem  $B_1$  i  $B_2$ , i en el procés de fabricació fa servir dos tipus d'ingredients, que designarem C i D. Disposa de 90L de C i de 150L de D. Per cada bidó de beguda  $B_1$  calen 1L d'ingredient C i 2L d'ingredient D, i per cada bidó de beguda  $B_2$  calen 2L de C i 1L de D. Sabem que cada bidó de  $B_1$  dóna 10€ de benefici, i que cada bidó de  $B_2$  en proporciona 15€.
  - a) Plantegeu les inequacions corresponents a les restriccions indicades, calculeu els vèrtexs de la regió factible, i dibuixeu-la.  
[1 punt]
  - b) Escriviu la funció objectiu. Quants bidons de cada tipus cal fabricar per a obtenir el benefici màxim? Quin és aquest benefici?  
[1 punt]

3. Considereu el triangle de vèrtexs  $A = (2, -1)$ ,  $B = (5, 0)$  i  $C = (2, 4)$ .
- a)** Determineu les equacions de les rectes del pla que contenen els costats del triangle  $ABC$ .  
[1 punt]
- b)** Considereu el sistema d'equacions format per les tres equacions de l'apartat anterior. Determineu el rang de la matriu associada i el rang de la matriu ampliada d'aquest sistema. Justifiqueu la resposta.  
[1 punt]
4. Determineu dos nombres enters positius que sumin 25, de manera que el doble del quadrat del primer sumat amb el triple del quadrat del segon doni el mínim valor possible.  
[2 punts]
5. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ .
- a)** Una matriu  $B$ , la primera fila de la qual és  $(2, 1)$ , té dues columnes i compleix que  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Completeu-la.  
[1 punt]
- b)** Calculeu  $(A \cdot B)^{-1}$ .  
[1 punt]
6. Sabem que la funció  $f(x) = ax^3 + 3x^2 - bx - \frac{1}{3}$  passa pel punt  $(1, 0)$ , i que la recta tangent a la gràfica de la funció en aquest punt és paral·lela a la recta  $12x - 2y = 3$ .
- a)** Determineu els valors dels paràmetres  $a$  i  $b$ .  
[1 punt]
- b)** Per a  $a = 1$  i  $b = 9$ , determineu, si n'hi ha, les abscisses dels extrems possibles (màxims o mínims) de la funció, i classifiqueu-los.  
[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

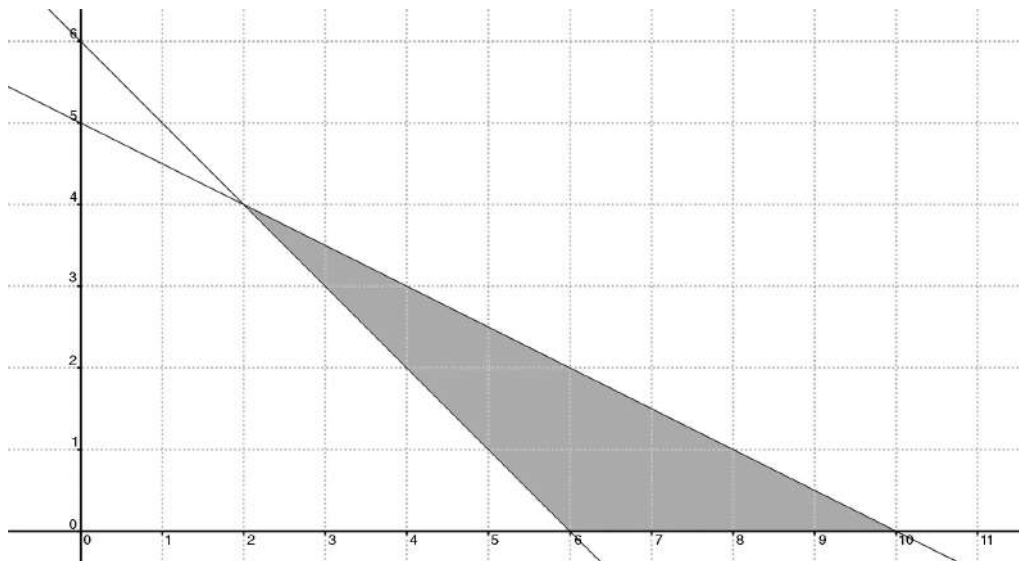
Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Una empresa compra tres immobles per un valor total de 2 milions d'euros. En vendre'ls, espera obtenir uns guanys del 20 %, del 50 % i del 25 %, respectivament, que li reportaran uns beneficis totals de 600 000 euros. En el moment de posar-los a la venda, però, aconseguix uns guanys del 80 %, del 90 % i del 85 %, respectivament, cosa que li reporta uns beneficis totals d'1,7 milions d'euros. Quant havia pagat per cada immoble?

[2 punts]

2. Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- a) Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.

[1 punt]

- b) Calculeu el valor màxim de la funció  $z = x + 2y$  en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt]



3. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{2x^2}{ax+1}$$

a) Determineu el valor de  $a$  que fa que la funció  $f$  tingui un extrem en el punt  $x=1$ , i indiqueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

[1 punt]

b) Per a  $a=3$ , indiqueu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció  $f$ .

[1 punt]

4. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) Una matriu  $B$ , la primera fila de la qual és  $(1, 0)$ , té dues columnes i compleix

que  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ . Completeu-la.

[1 punt]

b) Feu els càlculs pertinents per a comprovar que  $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ .

[1 punt]

5. Una empresa que fabrica bicicletes ven la totalitat de la producció. Anomenarem  $x$  el nombre de bicicletes que fabrica mensualment. Els costos mensuals de producció, en euros, segueixen la funció  $C(x) = 180x + 12\,000$ . La venda de les bicicletes li

reporta uns ingressos que segueixen la funció  $I(x) = 500x - \frac{1}{2}x^2$ . Els beneficis de

l'empresa són, lògicament, la diferència entre ingressos i costos.

a) En quin interval cal situar la producció per a no perdre diners?

[1 punt]

b) Quantes bicicletes ha de produir mensualment l'empresa per a obtenir el benefici màxim? En aquest cas, quant guanya per cada bicicleta?

[1 punt]

6. Considereu la funció  $f(x) = x - e^{-3x}$ .

a) Indiqueu-ne el domini, i demostreu que  $f$  és estrictament creixent en tot el domini.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x=0$ .

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu la funció  $f(x) = x - \ln(x)$ .
  - a) Indiqueu-ne el domini. Determineu l'asíptota vertical de la funció  $f$ .  
[1 punt]
  - b) Determineu els intervals en què la funció  $f$  és creixent i els intervals en què és decreixent, i classifiqueu-ne els extrems possibles.  
[1 punt]
  
2. Considereu la regió del pla limitada per les rectes  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $2x-3y=-6$ ,  $x+3y=15$  i  $x=6$ .
  - a) Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts  $P(1, 3)$  i  $Q(3, 3)$  pertanyen o no a aquesta regió.  
[1,5 punts]
  - b) Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció  $f(x, y) = x + 4y$  assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.  
[0,5 punts]
  
3. Considereu les matrius  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
  - a) Calculeu les matrius inverses de  $A$  i de  $B$ .  
[1 punt]
  - b) Determineu una matriu  $X$  de manera que  $A \cdot X \cdot B = C$ .  
[1 punt]

4. Considereu la funció  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4, & x < 0 \\ \frac{1}{x-3}, & x \geq 0 \end{cases}$ .

**a)** Feu-ne una representació gràfica aproximada. Justifiqueu per a quins valors de  $x$  la funció és discontinua.

[1 punt]

**b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 4$ .

[1 punt]

5. Considereu el sistema  $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ -x + 4y - 5z = -8 \end{cases}$ .

**a)** Comproveu que té infinites solucions. Determineu-les.

[1,5 punts]

**b)** Determineu, si és possible, una solució en què la suma de les tres incògnites sigui 5.

[0,5 punts]

6. Un bosc té una massa forestal de  $40\,000\text{ m}^3$  de fusta. Es calcula que la pluja àcida i els incendis provoquen una disminució del 6% anual de l'esmentada massa forestal, que es pot expressar en termes de la funció  $F(t) = 40\,000 \cdot 0,94^t$ , en què  $F(t)$  és la massa forestal que queda passats  $t$  anys.

**a)** Justifiqueu que la funció  $F$  és estrictament decreixent.

[1 punt]

**b)** D'aquí a quants anys la massa forestal s'haurà reduït a la meitat?

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Si sumem 2 unitats al denominador d'una fracció, la nova fracció val 1 unitat. En canvi, si sumem 3 unitats al numerador de la fracció original, la nova fracció val 2 unitats. Determineu la fracció original.  
[2 punts]
2. Considereu la funció  $f(x) = x^3 - ax^2 + 9x + b$ .
  - a) Determineu  $a$  i  $b$ , sabent que la gràfica de  $f$  passa pel punt  $(2, 2)$  i té un extrem en  $x = 1$ .  
[1 punt]
  - b) Per  $a = 6$  i  $b = 0$ , determineu els possibles màxims i mínims de  $f$  i classifiqueu-los.  
[1 punt]

3. Un fons d'inversions posa en marxa un producte financer que aporta un benefici de  $R(x)$  euros en fer una inversió de  $x$  centenars d'euros, segons la funció  $R(x) = -0,01x^2 + 4x + 20$ .

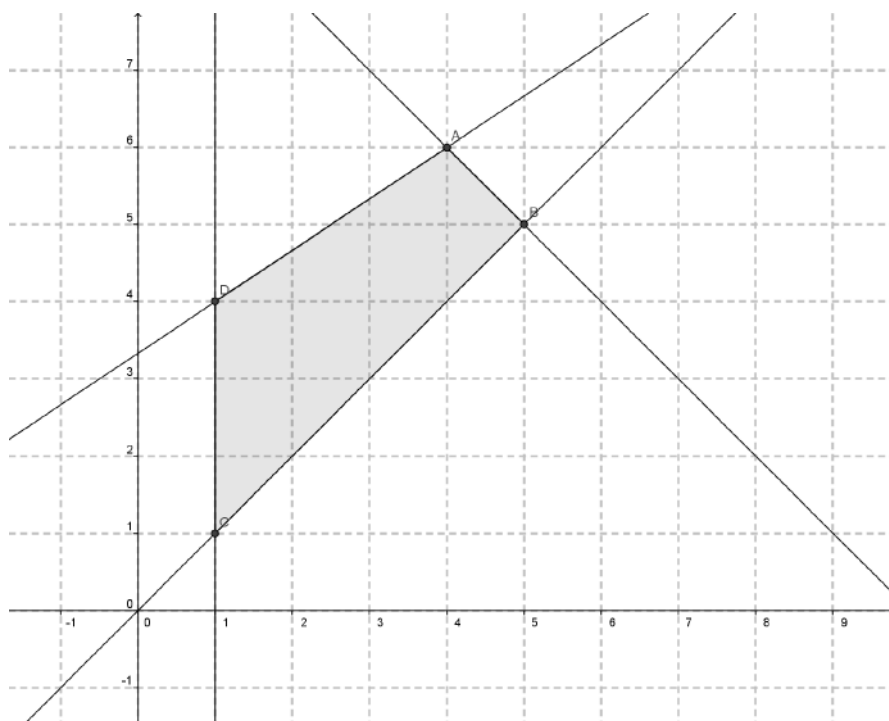
a) Calculeu quina inversió produeix més beneficis.

[1 punt]

b) Calculeu el tant per cent de benefici que s'obtindrà amb una inversió de 1 000 €, i el que s'obtindrà amb una de 10 000 €.

[1 punt]

4. Considereu la regió del pla representada en la figura següent:



a) Determineu les inequacions que defineixen els punts interiors i els punts de la frontera del quadrilàter  $ABCD$ .

[1 punt]

b) Determineu els punts en què s'assoleix el màxim i el mínim de la funció  $f(x, y) = 2x - 2y + 7$ , i digueu quins són aquests valors.

[1 punt]

5. Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**a)** Determineu la matriu  $X$  perquè  $X + BC = A^2$ .

[1 punt]

**b)** Calculeu les matrius  $C^6$  i  $C^7$ .

[1 punt]

6. Donada la funció següent:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

**a)** Determineu-ne el domini i els valors de  $x$  per als quals el signe de la funció  $f$  és negatiu.

[1 punt]

**b)** Determineu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció  $f$ .

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$$

- a) Determineu-ne les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha.

[1 punt]

- b) Si  $f'(x) > 0$  en tot el domini de la funció  $f$ , calculeu els límits laterals quan  $x$  tendeix a  $-2$  i feu un esbós de la gràfica de la funció  $f$ .

[1 punt]

2. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Determineu el valor de  $b$  perquè la funció  $f$  sigui contínua en el punt  $x = 0$ . Justifiqueu si  $f$  pot ser discontinua en algun altre punt.

[1 punt]

- b) Justifiqueu si, per a valors positius de  $x$ , la funció  $f$  és creixent o decreixent.

[1 punt]

3. Una botiga ha venut 225 llapis de memòria de tres models diferents, que anomenarem A, B i C, i ha ingressat un total de 10 500 €. El llapis A costa 50 €, i els models B i C són, respectivament, un 10 % i un 40 % més barats que el model A. La suma total de llapis venuts dels models B i C és la meitat que la de llapis venuts del model A. Calculeu quants exemplars s'han venut de cada model.

[2 punts]



4. En una empresa artesana que pot produir fins a 25 cadires setmanals, la funció de costos en relació amb el nombre  $q$  de cadires produïdes és

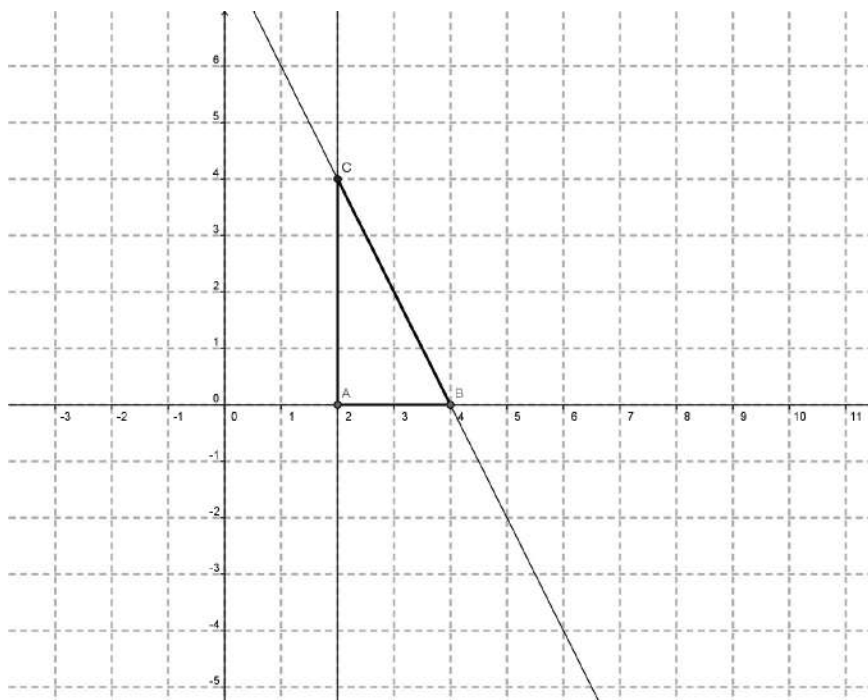
$$C(q) = \frac{q^3}{100} + 4q + 20$$

Si  $q$  és el nombre de cadires produïdes, el cost mitjà de cada cadira s'expressa mitjançant la funció

$$Q(q) = \frac{C(q)}{q}$$

- a) Calculeu el cost mitjà de cada cadira, si l'empresa produeix 5 cadires. I si en produeix 20?  
[1 punt]
- b) Determineu quantes cadires cal produir perquè el cost mitjà sigui mínim, justifiqueu que es tracta efectivament d'un mínim i calculeu aquest cost mitjà.  
[1 punt]

5. Considereu el triangle  $ABC$  que es mostra en la figura següent:



- a) Escriviu el sistema d'inequacions que determinen el triangle  $ABC$  i l'interior d'aquest.  
[1 punt]
- b) Indiqueu els punts de la regió indicada en què la funció  $z = 2x + y$  assoleix el valor màxim.  
[1 punt]

6. Considereu la recta  $r$ , d'equació  $x + 2y = 4$ .

**a)** Escriviu l'equació d'una recta  $r'$  que passi per l'origen de coordenades i que formi amb  $r$  un sistema d'equacions incompatible. Justifiqueu quina serà la posició relativa de les dues rectes.

[1 punt]

**b)** Considereu una altra recta, que anomenarem  $s$ , que forma amb  $r$  un sistema de dues equacions amb dues incògnites que és compatible indeterminat. Justifiqueu quina és la posició relativa de les rectes  $r$  i  $s$ .

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. En una botiga de queviures hem comprat ampolles d'aigua a 0,5 € cadascuna, de llet a 1 € i de suc de fruita a 1,5 €. En arribar a la caixa ens adonem que portem 40 ampolles, el cost total de les quals és de 38 €. També observem que si les ampolles d'aigua que portem fossin de llet i les de llet fossin d'aigua, la compra ens sortiria 4 € més barata. Determineu el nombre d'ampolles de cada beguda que hem comprat.

[2 punts]

2. Donada la funció següent:

$$f(x) = \frac{-4x^2}{x+1}$$

- a) Determineu-ne les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha.

[1 punt]

- b) Trobeu els punts de la corba en què la recta tangent és paral·lela a la recta  $y = -3x + 4$ .

[1 punt]

3. Considereu la funció  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ .

- a) Indiqueu-ne els extrems relatius, si n'hi ha, i classifiqueu-los.

[1 punt]

- b) Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba en el punt d'abscissa 0.

[1 punt]

4. Una botiga de bijuteria ven anells i collarets en lots de dos tipus: el lot de tipus A està format per un anell i un collaret, mentre que el lot de tipus B consta de 3 anells i un collaret. Sabem que disposen de 1 500 anells i de 1 000 collarets. En cada lot de tipus A guanyen 0,70 €, mentre que en cada lot de tipus B guanyen 1 €. Indiqueu quants lots de cada tipus han de vendre per a obtenir el màxim benefici.

[2 punts]

5. Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Comproveu si aquestes dues matrius compleixen  $(A + B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$ .

[1 punt]

- b) Si  $P$  i  $Q$  són matrius quadrades qualssevol d'ordre 3, quina condició s'ha de produir perquè es compleixi  $(P + Q)^2 = P^2 + 2P \cdot Q + Q^2$ ?

[1 punt]

6. En una explotació ramadera es declara una epidèmia, i els veterinaris preveuen que la propagació d'aquesta seguirà la funció  $f(x) = -2x^2 + 48x + 162$ , en què  $x$  representa el nombre de setmanes que han transcorregut des del moment de la declaració de l'epidèmia, i  $f(x)$  indica el nombre d'animals afectats.

- a) Quants animals hi ha afectats en el moment de declarar-se l'epidèmia? Quantes setmanes durarà l'epidèmia fins al moment en què ja no quedi cap animal afectat?

[1 punt]

- b) Indiqueu quin serà el nombre màxim d'animals afectats, i en quina setmana es produirà.

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Donat el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 5y + 2z = 2 \\ 2x + 4y + z = 4 \\ x - y - z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Determineu-ne la solució general, en funció de  $z$ .  
[1,5 punts]
- b) Calculeu la solució particular segons la qual  $z = 2$ .  
[0,5 punts]
2. Volem construir el marc d'una finestra rectangular de  $100 \text{ dm}^2$  de superfície. El cost de cada decímetre de marc horitzontal és de 6 €, mentre que el de cada decímetre de marc vertical és de 24 €. Calculeu les dimensions de la finestra perquè el marc ens surti tan barat com sigui possible.  
[2 punts]

3. Un concessionari de motos comercialitza dos models, un de 125 cc i un altre de 50 cc. Per cada moto de 125 cc que ven, guanya 1 000 € i per cada moto de 50 cc, guanya 600 €. D'altra banda, per tal de satisfer els objectius marcats pel fabricant, cal que el concessionari compleixi les condicions següents:

- a) Vendre entre 50 i 150 motos de 125 cc.
- b) Vendre almenys tantes motos de 50 cc com de 125 cc.
- c) No vendre més de 500 motos de 50 cc.

Determineu quantes motos de cada tipus ha de vendre el concessionari per a obtenir el màxim benefici, i calculeu aquest benefici màxim.

[2 punts]

4. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2}$$

- a) En quin punt de la corba la recta tangent a la gràfica de  $f$  és paral·lela a la recta  $x + y = 5$ ?

[1 punt]

- b) Calculeu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció, si n'hi ha, i feu un esbós de la gràfica de la funció  $f$ .

[1 punt]

5. Donada la funció  $f(x) = x^2 \cdot e^x$ :

- a) Justifiqueu si hi ha cap valor de  $x$  que compleixi  $f(x) < 0$ . Hi ha cap valor de  $x$  que compleixi  $f(x) = 0$ ?

[1 punt]

- b) Indiqueu si la funció  $f$  és creixent o decreixent en el punt  $x = -1$ . Estudieu el creixement de la funció  $f$  per als valors que compleixen  $x > 0$ .

[1 punt]

6. Donades les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calculeu  $A^{-1}$  i  $B^{-1}$ .

[1 punt]

- b) Determineu  $X$  perquè es compleixi l'equació  $A \cdot X \cdot B = 2C$ .

[1 punt]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

### QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 10 \\ x + y \leq 8 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- a) Representeu gràficament la regió de solucions.

[1 punt]

- b) Determineu el màxim de la funció  $f(x, y) = 2x + y$  en aquesta regió. Digueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt]

2. Digueu si un sistema de dues equacions amb tres incògnites pot ser incompatible. Justifiqueu la resposta i, si escau, exemplifiqueu-ho.

[2 punts]

3. Calculeu els paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  de la funció  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , sabent que la recta  $5x - y - 2 = 0$  és tangent a la corba  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 0$  i que el valor mínim absolut que pren la funció és  $-49/12$ .

[2 punts]



4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + 2z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{array} \right\}$$

- a) Expliqueu, raonadament, quantes solucions té.  
[1 punt]
- b) Trobeu una solució amb  $z = 5$ .  
[1 punt]

## PROBLEMES

5. Un llibreter vol fer una comanda de dues classes de llibres a dos editors, A i B. L'editor A ofereix lots de cinc llibres d'assaig i cinc novel·les per 50 €. L'editor B ofereix lots de cinc llibres d'assaig i deu novel·les per 150 €. El llibreter vol comprar, com a mínim, 2 500 llibres d'assaig i 3 500 novel·les. Per un compromís adquirit amb l'editor B, no pot comprar a l'editor A més de tres vegades el que compra a l'editor B. Determineu quants lots haurà de comprar a cada editor per a minimitzar el cost i poder complir el seu compromís.

[4 punts]

6. La taxa d'inflació interanual d'un país determinat durant l'any 2008 expressada en punts percentuals,  $i(t)$ , es pot aproximar mitjançant la funció

$$i(t) = \frac{t^2 - 10t + 9}{40} + 3, \quad 1 \leq t \leq 12,$$

en què  $t$  és el temps en mesos des del començament de l'any i  $t = 1$  és el mes de gener.

- a) Trobeu en quins mesos la taxa d'inflació interanual és de 3 punts percentuals.  
[1 punt]
- b) Trobeu en quins mesos la taxa d'inflació és decreixent i en quins mesos és creixent.  
[0,5 punts]
- c) Trobeu en quin mes la taxa assoleix el valor mínim i calculeu aquest valor.  
[0,5 punts]
- d) Feu un esbós de la gràfica d'aquesta funció.  
[1 punt]
- e) Trobeu en quin mes la taxa assoleix el valor màxim i calculeu aquest valor.  
[1 punt]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responen a TRES de les quatre qüestions i resolcu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

### QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 5y \leq 10 \\ 3x + 4y \leq 12 \end{array} \right\}$$

- a) Dibuixeu la regió de solucions del sistema.

[1 punt]

- b) Determineu el màxim de la funció  $f(x, y) = x + 3y$  quan està sotmesa a les restriccions anteriors.

[1 punt]

2. Un botiguer compra deu televisors i sis equips de música. D'acord amb el preu marcat hauria de pagar 10 480 €. Com que paga al comptat, li fan un descompte del 5% en cada televisor i del 10% en cada equip de música, i només ha de pagar 9 842 €. Quin és el preu marcat de cada televisor i de cada equip de música?

[2 punts]

3. Segons un estudi sobre l'evolució de la població d'una espècie protegida determinada, podem establir el nombre d'individus d'aquesta espècie durant els propers anys mitjançant la funció

$$f(t) = \frac{50t + 500}{t + 1}$$

en què  $t$  és el nombre d'anys transcorreguts.

- a) Calculeu la població actual i la prevista per d'aquí a nou anys.

[0,5 punts]

- b) Determineu els períodes en què la població augmentarà i els períodes en què disminuirà.

[1 punt]

- c) Esbrineu si, segons aquesta previsió, la població tendirà a estabilitzar-se en algun valor i, si escau, determineu-lo.

[0,5 punts]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 3 \\ -x + y + 2z = 1 \\ 7x - 10y + z = a \end{array} \right\}$$

- a) Diguen per a quins valors del paràmetre  $a$  el sistema és incompatible.

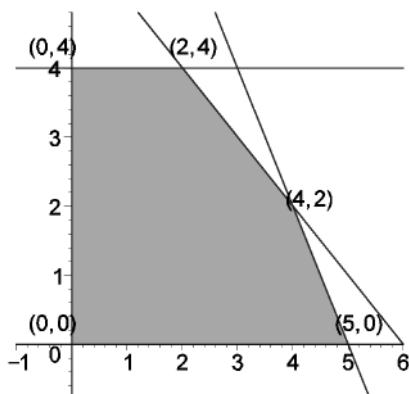
[1 punt]

- b) Resoleu el sistema per al valor de  $a$  per al qual el sistema és compatible, i trobeu-ne una solució entera.

[1 punt]

## PROBLEMES

5. La figura següent representa la regió de solucions d'un sistema d'inequacions lineals:



- a)** Trobeu el sistema d'inequacions que determina aquesta regió.  
[1 punt]
- b)** Determineu el valor màxim de la funció  $f_1(x, y) = x + y + 1$  en aquesta regió, i digueu en quins punts s'assoleix aquest màxim.  
[1 punt]
- c)** Trobeu el valor de  $a$  perquè la funció  $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$  assolixi el màxim en el segment comprès entre els extrems  $(4, 2)$  i  $(5, 0)$ .  
[1 punt]
- d)** Determineu els valors de  $a$  per als quals la funció  $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$  assolixi el màxim només en el punt  $(4, 2)$ .  
[1 punt]
- 6.** El preu de cost d'una unitat d'un cert producte és de 120 €. Si es ven a 150 € la unitat, el compren 500 clients. Per cada 10 € d'augment en el preu, les vendes disminueixen en 20 clients.
- a)** Trobeu una fórmula mitjançant la qual obtinguem els beneficis.  
[2 punts]
- b)** Calculeu a quin preu  $p$  per unitat hem de vendre el producte per a obtenir un benefici màxim.  
[1 punt]
- c)** En el cas anterior, trobeu el nombre d'unitats que es venen i calculeu el benefici màxim.  
[1 punt]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

---

Responen a TRES de les quatre qüestions i resolcu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

### QÜESTIONS

1. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 2 \\ x-1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 3 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

a) Feu-ne la representació gràfica.

[1 punt]

b) Digueu en quins punts és discontinua i quin tipus de discontinuïtat té.

[1 punt]

2. Considereu la regió determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \\ -x + y \geq 0 \end{array} \right\}$$

a) Representeu aquesta regió.

[1 punt]

b) Esbrineu si la funció  $f(x, y) = x - 3y + 6$  té màxim en aquesta regió i, si escau, trobeu-lo.

[1 punt]

3. L'evolució de la població d'un estat, en milions d'habitants, es pot aproximar mitjançant la funció

$$P(t) = \frac{20t}{4+t^2} + 40$$

en què  $t$  és el temps en anys.

- a)** Calculeu la població actual (per a  $t = 0$ ).

[0,5 punts]

- b)** Determineu el límit de  $P(t)$  quan  $t$  tendeix a infinit.

[0,5 punts]

- c)** Determineu al cap de quants anys la població serà màxima i el nombre d'habitants que la funció prediu per a aquest màxim.

[1 punt]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ px + 2y = -2 \end{array} \right\}$$

- a)** Discutiu el sistema segons els valors del paràmetre  $p$ .

[1 punt]

- b)** Resoleu-lo per a  $p = 5$ .

[1 punt]

## PROBLEMES

5. Un agricultor disposa d'un camp on plantarà patates i pastanagues. Les patates per a plantar costen 1,5 €/kg, i les pastanagues, 1,75 €/kg. La quantitat de patates plantades no pot superar el doble de la quantitat de pastanagues, i tampoc no pot ser inferior a la meitat de les pastanagues plantades. La despesa que aquest agricultor ha de fer per plantar les patates i les pastanagues no pot superar els 150 €. Per cada kilogram que planta, obté un benefici, després de la venda, de 20 €/kg per a les patates i de 50 €/kg per a les pastanagues. Determineu quina quantitat de cada producte ha de sembrar per tal que el benefici després de la venda sigui màxim.

[4 punts]

6. Fa un any, una persona va invertir 12000 € en accions de tres empreses, que anomenarem A, B i C. Ara, les accions de l'empresa A han augmentat de valor en un 25%, les de l'empresa B han augmentat en un 10% i, en canvi, les de l'empresa C han perdut un 15% del seu valor. Si ara vengués totes les accions, no obtindria ni pèrdues ni beneficis. Sabent que va invertir en les accions de l'empresa C el mateix que en les altres dues juntes, calculeu la quantitat de diners que va invertir en accions de cada empresa.

[4 punts]







## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2007-2008

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responen a TRES de les quatre qüestions i resolcu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

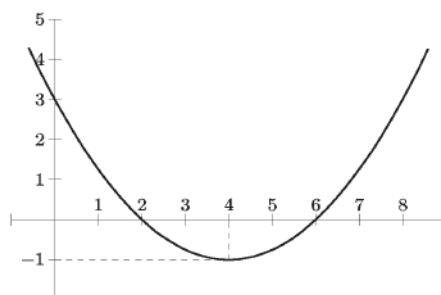
Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

### QÜESTIONS

1. Considereu la funció real de variable real  $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x - 4}$ .
  - a) Determineu-ne els intervals de creixement i decreixement.  
[1,5 punts]
  - b) Trobeu-ne els extrems relatius.  
[0,5 punts]
2. Una persona va invertir 6 000 € comprant accions de dues empreses, A i B. Al cap d'un any, el valor de les accions de l'empresa A ha pujat un 5 % i, en canvi, el valor de les accions de l'empresa B ha baixat un 10 %. Tot i això, si vengués ara les accions guanyaria 150€. Determineu quants diners va invertir en accions de cada empresa.  
[2 punts]
3. Considereu el sistema d'inequacions següent:
$$\left. \begin{array}{l} x - 4y \geq -11 \\ x + y \geq 4 \\ x - 4y \leq -6 \\ x + y \leq 9 \end{array} \right\}$$
  - a) Dibuixeu la regió de solucions del sistema.  
[1 punt]
  - b) Una funció objectiu  $f(x, y) = ax + by + c$  pren el valor mínim en aquesta regió en el punt  $(4, 15/4)$ . Digueu si també pren el valor mínim en altres punts de la regió i, si és així, determineu-los.  
[1 punt]

4. La gràfica següent representa una funció polinòmica de segon grau (paràbola).



- a) Trobeu el vèrtex de la paràbola i les interseccions amb els eixos.  
[0,5 punts]
- b) Determineu l'equació de la paràbola.  
[1,5 punts]

## PROBLEMES

5. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 3z = k \\ 2y + z = 0 \\ x + 3y + k^2z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Discuti el sistema en funció del paràmetre  $k$ .  
[2 punts]
- b) Determineu la solució del sistema per al valor de  $k$  que fa que el sistema sigui indeterminat.  
[1 punt]
- c) Trobeu la solució per a  $k = 1$ .  
[1 punt]
6. Una empresa de mobles fabrica dos models d'armaris, A i B. Per al model A calen 5 h 30 min de feina i 2 m de fusta. Per al model B calen 4 h de feina i 3 m de fusta. L'empresa no pot fabricar més de 430 armaris per setmana, disposa de 2 800 h de feina i de 1 200 m de fusta. Els armaris de tipus A i B proporcionen, respectivament, 250 € i 310 € de benefici cadascun. Determineu el nombre d'armaris de cada tipus que s'han de fabricar per a obtenir el benefici màxim.  
[4 punts]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2007-2008

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podem utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

### QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 3y \leq 18 \\ x + y \leq 10 \end{array} \right\}$$

a) Representeu gràficament la regió de solucions.

[1 punt]

b) Determineu el màxim de la funció  $f(x, y) = 3x + 5y$  en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[0,5 punts]

c) Determineu el màxim de la funció  $f(x, y) = 3x + 3y$  en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[0,5 punts]

2. Determineu els intervals de creixement i decreixement, així com els màxims i mínims, de la funció  $f(x) = x^2 e^{-x}$ .

[2 punts]

3. En un problema de programació lineal, la regió de solucions és el quadrat de vèrtexs  $(1, 1)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(3, 3)$  i  $(3, 1)$ , i la funció objectiu és  $B(x, y) = 3x + 2y$ .

a) Determineu en quin punt és màxima la funció objectiu i quin és aquest valor màxim.

[1 punt]

b) Doneu un conjunt d'inequacions que determini la regió de solucions.

[1 punt]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ ax + 10y + 4z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Trobeu els valors de  $a$  per als quals el sistema no és compatible determinat.  
[1 punt]
- b) Trobeu el valor de  $a$  per al qual el valor de  $x$  és 2. Determineu també els valors de  $y$  i de  $z$  en aquest cas.  
[1 punt]

## PROBLEMES

5. Un trajecte de 200 km s'ha de fer combinant taxi, ferrocarril i autobús. El cost del taxi és de 5 €/km; el del ferrocarril, de 2 €/km, i el de l'autobús, de 3 €/km. El recorregut ens ha costat 500 €, per haver fet el doble de kilòmetres amb ferrocarril que amb taxi i autobús junts. Determineu les distàncies que hem recorregut amb cada mitjà de transport.  
[4 punts]
6. Un equip de treballadors ha de fer la collita d'un camp de pomeres a partir de l'1 d'octubre i només pot treballar durant un dia. Si la collita es fa l'1 d'octubre, es colliran 60 tones i el preu serà de 2000 €/tona. Sabem que a partir d'aquest dia, la quantitat que es pot collir augmenta en una tona cada dia, però el preu de la tona disminueix en 20 €/dia.
- a) Determineu la fórmula que expressa els ingressos que s'obtenen en funció del nombre de dies que es deixen passar des de l'1 d'octubre per fer la collita.  
[1 punt]
- b) Trobeu quants dies han de passar perquè els ingressos per la collita siguin màxims.  
[1 punt]
- c) Digueu quin és el valor màxim dels ingressos per la collita.  
[1 punt]
- d) Trobeu quants dies han de passar perquè els ingressos per la collita siguin els mateixos que si es fes el dia 1 d'octubre.  
[1 punt]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2007-2008

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podem utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

### QÜESTIONS

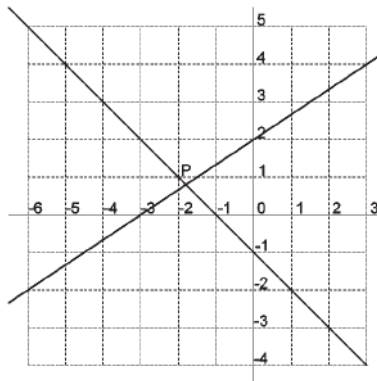
1. Cadascuna de les rectes del gràfic passa, almenys, per dos punts de coordenades enters.

a) Trobeu les equacions de les dues rectes.

[1 punt]

b) Determineu el punt d'intersecció  $P$ .

[1 punt]



2. Donades les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Calculeu  $A^2 + 2AB + B^2$ .

[1 punt]

b) Calculeu  $(A + B)^2$ .

[1 punt]

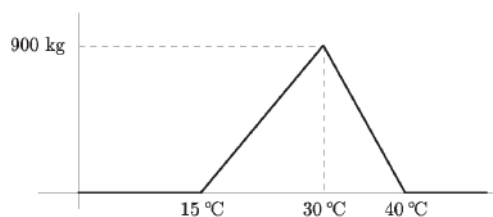
3. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle de vèrtexs  $(0, 1)$ ,  $(2, 0)$  i  $(3, 4)$ .

[2 punts]

4. Una fàbrica de televisors ven cada aparell a 300 €. Les despeses derivades de fabricar  $x$  televisors són  $D(x) = 200x + x^2$ , en què  $0 \leq x \leq 80$ .
- a) Suposant que es venen tots els televisors que es fabriquen, trobeu la funció dels beneficis que s'obtenen després de fabricar i vendre  $x$  televisors.  
[1 punt]
- b) Determineu el nombre d'aparells que convé fabricar per a obtenir el benefici màxim, i també quin és aquest benefici màxim.  
[1 punt]

## PROBLEMES

5. El vaixell de Barcelona a Palma de Mallorca porta automòbils i camions a la bodega. Cada camió ocupa quatre places d'automòbil. La superfície total de la bodega permet situar-hi fins a 200 automòbils. Cada automòbil pesa 1000 kg, i cada camió, 9000 kg. El pes total permès per a la càrrega és de 300000 kg. La companyia cobra 50 € per cada cotxe i 300 € per cada camió. Calculeu el nombre de cotxes i camions que s'han de carregar per a obtenir un benefici màxim, i també quin és aquest benefici màxim.  
[4 punts]
6. Un hivernacle està destinat al cultiu de tomàquets. Se sap que les tomaqueres només produeixen fruits si la temperatura dins l'hivernacle està entre 15 °C i 40 °C. En la gràfica següent es mostra la producció de tomàquets en kilograms, segons la temperatura que es manté a l'hivernacle.



- a) Si la temperatura està entre 15 °C i 29 °C, digueu quina variació experimenta la producció en augmentar la temperatura 1 °C. Calculeu aquesta variació quan la temperatura està entre 30 °C i 39 °C.  
[1,5 punts]
- b) Definiu una funció a trossos que expressi la producció segons la temperatura.  
[1,5 punts]
- c) Trobeu les temperatures per a les quals s'obté el 75 % de la producció màxima.  
[1 punt]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

---

### QÜESTIONS

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ .

- Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba  $y = f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 2$ .
- Determineu els intervals de creixement i decreixement, així com els extrems, si n'hi ha.

2. Resoleu el sistema següent:

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = -1 \\ -3x + y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + z = -12 \end{cases}$$

3. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y \geq 1 \\ 5x + y \leq 13 \end{array} \right\}$$

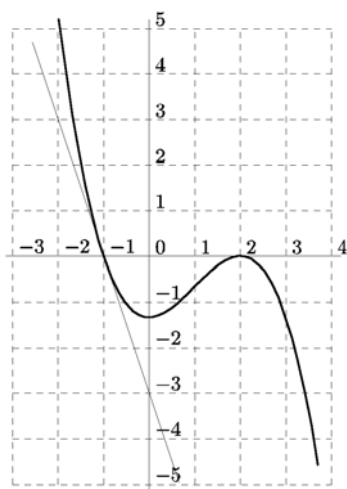
- Representeu gràficament la regió factible.
- Calculeu el màxim de la funció  $f(x, y) = x - 3y$  en aquesta regió.



4. Escriviu un sistema d'inequacions lineals que doni com a zona solució l'interior del paral·lelogram que té vèrtexs  $A(1, 1)$ ,  $B(5, 5)$ ,  $C(3, 8)$ , i  $D(-1, 4)$ .

## PROBLEMES

5. La corba  $y = f(x)$  de la figura té per domini el conjunt de tots els nombres reals.



- a) Determineu els punts on la funció val 0. Determineu els valors de  $x$  pels quals la funció és positiva.
- b) Diguen en quins punts s'anul·la la derivada i en quins punts  $f'(x) < 0$ .
- c) Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 2$ .
- d) Determineu la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = -1$ .
- e) Determineu  $a$  sabent que  $f(x) = a(x + 1)(x - 2)^2$ .
6. Una persona va a la vinateria i compra tres classes de vi. En total, en compra 20 botelles i s'hi gasta 100 €. Compra botelles de tres classes, A, B i C, que costen 3 €, 7 € i 8 € respectivament. Trobeu el nombre de botelles de cada classe que ha comprat, sabent que almenys n'ha comprat una de cada classe.





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

---

### QÜESTIONS

1. **a)** Discuti el sistema següent segons els valors del paràmetre  $a$ :

$$\left. \begin{array}{l} x + (a + 1)y = 1 \\ ax + 2y = -2 \end{array} \right\}$$

- b)** Resoleu-lo per al valor de  $a$  que el fa indeterminat.

2. Considereu la funció definida a trossos següent:

$$f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

- a)** Calculeu els valors de  $a$  i de  $b$  per tal que  $f(x)$  sigui contínua per a tot  $x$ .  
**b)** Feu un gràfic de la funció obtinguda en l'apartat anterior.

3. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 5 \\ x - 5y \leq 0 \end{array} \right\}$$

- a)** Resoleu-lo gràficament.  
**b)** Trobeu-ne totes les solucions enteres.

4. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle del pla de vèrtexs  $(0, 0)$ ,  $(2, 3)$  i  $(3, 1)$ .

## PROBLEMES

5. Els beneficis mensuals d'un artesà expressats en euros, quan fabrica i ven  $x$  objectes, s'ajusten a la funció  $B(x) = -0,5x^2 + 50x - 800$ , en què  $20 \leq x \leq 60$ .
- a) Trobeu el benefici que obté en fabricar i vendre 20 objectes i en fabricar i vendre 60 objectes.
  - b) Trobeu el nombre d'objectes que ha de fabricar i vendre per a obtenir el benefici màxim, així com aquest benefici màxim.
  - c) Feu un esbós del gràfic de la funció  $B(x)$ .
  - d) El benefici mitjà per  $x$  objectes és  $M(x) = \frac{B(x)}{x}$ . Digueu quants objectes ha de fabricar i vendre perquè el benefici mitjà sigui màxim, i quin és aquest benefici.
6. Un taller de confecció fa jaquetes i pantalons per a criatures. Per a fer una jaqueta es necessiten 1 m de roba i 2 botons, i per a fer uns pantalons calen 2 m de roba, 1 botó i 1 cremallera. El taller disposa de 500 m de roba, 400 botons i 225 cremalleres. El benefici que s'obté per la venda d'una jaqueta és de 20 € i per la d'uns pantalons és de 30 €. Suposant que es ven tot el que es fabrica:
- a) Calculeu el nombre de jaquetes i de pantalons que s'han de fer per tal d'obtenir un benefici màxim. Determineu també aquest benefici màxim.
  - b) Si el material sobrant es ven a 1 € el metre de roba, a 0,20 € cada cremallera i a 0,01 € cada botó, calculeu quant es pot obtenir de la venda del que ha sobrat.





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

---

### QÜESTIONS

1. Trobeu el màxim de la funció  $f(x, y) = 5x + y - 13$  en la regió tancada definida pel triangle de vèrtexs  $A = (2, 4)$ ,  $B = (6, 8)$  i  $C = (7, 3)$ , així com el punt o els punts on s'obté aquest màxim.
2. Una companyia aèria de baix cost fa vols des de Girona fins a tres ciutats, A, B i C. Calculeu el preu dels bitllets a cada ciutat amb la informació següent: si ven 10 bitllets per anar a la ciutat A, 15 per a la B i cap per a la C, ingressa 925 €; si ven 12 bitllets per a A, 8 per a B i cap per a C, ingressa 760 €; si ven 6 bitllets per a A, 5 per a B i 8 per a C, ingressa 855 €.
3. En un taller fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten  $0,9 \text{ m}^2$  de cuir i 8 hores de feina. Per al segon model necessiten  $1,2 \text{ m}^2$  de cuir i 4 hores de feina. Per a fer aquests dos tipus de bosses el taller disposa de  $60 \text{ m}^2$  de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina.
  - a) Expresses, mitjançant un sistema d'inequacions, les restriccions a les quals està sotmesa la producció d'aquests dos models de bosses.
  - b) Representeu la regió solució d'aquest sistema i trobeu-ne els vèrtexs.
4. La funció  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  té un màxim en el punt  $(1, 4)$  i passa pel punt  $(3, 0)$ . Trobeu  $a$ ,  $b$  i  $c$ .

## PROBLEMES

5. Considereu la funció real de variable real  $f(x) = \frac{2x+m}{x}$ , on  $m$  és un paràmetre real.
- Calculeu el valor que ha de tenir  $m$  perquè la tangent a la gràfica de  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = -3$  sigui paral·lela a la recta  $x - 3y + 1 = 0$ . Calculeu també l'equació d'aquesta tangent.  
Ara fixeu el valor de  $m = 1$ .
  - Determineu el domini de la funció i els intervals on és creixent o decreixent.
  - Determineu-ne les asímptotes.
  - Dibuixeu un esbós de la gràfica resultant.
6. Tres entitats financeres, A, B i C, ofereixen, respectivament, per a dipòsits superiors a 2000 €, un interès anual del 2%, 3% i  $k\%$  (que no coneixem). La Joana, en Manel i en Dani decideixen invertir els estalvis en aquestes entitats durant un any. Sabem que si tots ho fessin a l'entitat A, obtindrien en total uns beneficis de 164 €; però si la Joana optés per A, en Manel per C i en Dani per B, obtindrien 192 €; finalment, si la Joana i en Manel es decidissin per B i en Dani per C, obtindrien 218 €.
- Escriviu un sistema d'equacions que descriu la situació.
  - Sense resoldre el sistema, determineu la quantitat total de diners invertida entre les tres persones.
  - Trobeu, si existeix, un valor de  $k$  per al qual hi hagi infinites solucions. Resoleu el sistema per a aquest valor de  $k$ , i doneu-ne tres solucions diferents.





## PAU. Curs 2005-2006

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i de dos problemes. Trieu només tres de les quatre qüestions per respondre i un dels dos problemes per resoldre. En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què us proposeu de fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

Puntuació de cada qüestió: 2 punts.

Total de qüestions i puntuació:  $3 \times 2 = 6$  punts.

Puntuació del problema: 4 punts.

### Qüestions

1. En els sis primers mesos, des que va obrir, una llibreria ha anat anotant el nombre de compradors de cada mes. Aquest nombre  $N(x)$  es pot ajustar per la funció

$$N(x) = \frac{1000x - 600}{x}, \text{ essent } x \text{ el número del mes comptat des que van obrir.}$$

- a) Quants compradors van tenir el segon mes? En quin mes, comptat a partir de l'obertura, van tenir 900 compradors?
- b) Suposem que aquesta fórmula serveix per predir el nombre de compradors en el futur. Podem assegurar que aquest nombre sempre anirà en augment? Expliqueu detalladament el perquè de la vostra resposta.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

2. Discussiu en funció del paràmetre  $a$  el sistema següent:

$$\begin{cases} x + y + z & = & 5 \\ 5x + y - z & = & 11 \\ 3x - y + az & = & 2. \end{cases}$$

Puntuació total: 2 punts.

3. Afegiu inequacions al sistema

$$\begin{cases} x \leq y \\ 3y \leq x + 12 \end{cases}$$

per tal que la regió de les solucions del sistema resultant tingui forma de paral·lelogram. Justifiqueu l'elecció que heu fet.

Puntuació: 1 punt per cada inequació afegida amb la justificació explicada. Total: 2 punts.

4. Indiqueu TOTS els productes de dues matrius diferents que es poden fer amb les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}.$$

Puntuació total: 2 punts.

## Problemes

5. Considereu la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

- Estudieu-ne la continuïtat.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció.
- Feu un gràfic aproximat de la funció.
- Trobeu els extrems relatius i absoluts en l'interval  $[-2, 2]$ .

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

6. En un jardí municipal es volen plantar un mínim de 1.200 geranis, 3.200 clavells i 3.000 margarides. Una empresa A ofereix un lot que conté 30 geranis, 40 clavells i 30 margarides per 15 €. Una altra empresa B ofereix un lot de 10 geranis, 40 clavells i 50 margarides per 12 €. L'Ajuntament compra  $x$  lots a l'empresa A i  $y$  lots a l'empresa B.
- Determineu les inequacions que representen les restriccions a les quals estan sotmesos els valors de  $x$  i de  $y$  per tal que compleixin les condicions de la plantació.
  - Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions.
  - Trobeu el nombre de lots de cada tipus que fan que la despesa sigui mínima i calculeu aquesta despesa mínima.
  - Trobeu quants geranis, clavells i margarides adquireix l'Ajuntament amb la compra de preu mínim i quantes plantes i de quin tipus haurà adquirit per sobre del mínim que vol plantar.

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.





## PAU. Curs 2005-2006

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i de dos problemes. Trieu només tres de les quatre qüestions per respondre i un dels dos problemes per resoldre. En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què us proposeu de fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

Puntuació de cada qüestió: 2 punts.  
Total de qüestions i puntuació:  $3 \times 2 = 6$  punts.  
Puntuació del problema: 4 punts.

### Qüestions

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{3 - 2x}{x}$ .

- Trobeu els punts de la gràfica en els quals la recta tangent és paral·lela a la recta  $3x + 4y + 5 = 0$ .
- Calculeu les equacions d'aquestes rectes tangents.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

2. Donades les matrius  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ , esbrineu si existeix una matriu  $C$  que compleixi  $B \cdot C = A$ , i si s'escau, calculeu-la.

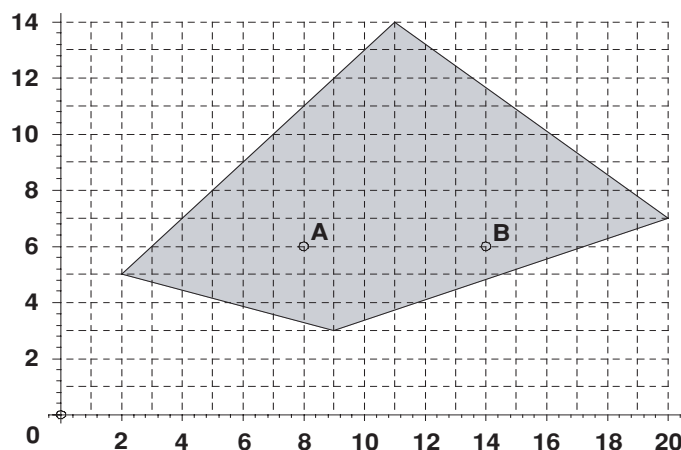
Puntuació total: 2 punts.

3. Discutiu en funció del paràmetre  $p$  el sistema d'equacions lineals de matriu ampliada

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 0 & p+5 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & p-1 & 0 \end{array} \right).$$

Puntuació total: 2 punts.

4. La funció objectiu d'un problema de programació lineal és  $f(x, y) = ax - by + c$ , amb  $a, b, c$  nombres positius. Esbrineu a quin dels dos punts A ó B del gràfic la funció objectiu pren un valor major. Raoneu la resposta.



Puntuació total: 2 punts.

## Problemes

5. Si el preu de l'entrada d'un cinema és de 6 €, hi van 320 persones. El propietari sap per experiència que per cada augment de 0,25 € en el preu de l'entrada hi van 10 espectadors menys. Trobeu:
- la funció que determina el nombre d'espectadors en funció del preu de l'entrada;
  - la funció que determina els ingressos del cinema en funció del preu de l'entrada;
  - el preu de l'entrada per tal que els ingressos del propietari siguin màxims;
  - el nombre d'espectadors que aniran al cinema quan el preu sigui el que correspon als ingressos màxims i aquests ingressos màxims.

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

6. Els alumnes d'un institut disposen de 300 samarretes, 400 llapis i 600 bolígrafs per finançar-se un viatge. Tenen la intenció de vendre'ls en dos tipus de lots: el lot A consta d'1 samarreta, 3 llapis i 2 bolígrafs i el venen per 9 €. El lot B consta d'1 samarreta, 2 llapis i 4 bolígrafs i el venen per 11 €. Calculeu quants lots de cada tipus han de vendre per treure'n el benefici màxim i aquest benefici màxim.

Puntuació pel plantejament: 2 punts; gràfic: 1 punt; solució: 1 punt. Total: 4 punts.



## PAU. Curs 2005-2006

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i de dos problemes. Trieu només tres de les quatre qüestions per respondre i un dels dos problemes per resoldre. En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què us proposeu de fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

Puntuació de cada qüestió: 2 punts.  
Total de qüestions i puntuació:  $3 \times 2 = 6$  punts.  
Puntuació del problema: 4 punts.

### Qüestions

1. a) Representeu la regió solució del sistema d'inequacions lineals següent:

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq -1. \end{cases}$$

b) Determineu tres punts d'abscissa  $x = -2$  i ordenada entera que siguin solució del sistema.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

2. En un problema de programació lineal la regió factible és el conjunt convex format pel triangle de vèrtexs:  $(0,0)$ ,  $(0,1)$  i  $(1,0)$ . La funció objectiu és paral·lela a la recta  $x + y = 0$ . Trobeu els punts en què la funció objectiu assoleix:

- el mínim;
- el màxim.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

3. Discussiu en funció del paràmetre  $m$  el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + y - z = 2. \end{cases}$$

En el cas que sigui possible doneu també la solució.

Puntuació per la discussió: 1 punt; solució: 1 punt. Total: 2 punts.

4. Considereu la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- Dibuixeu la gràfica.
- Estudieu-ne la continuïtat.
- Determineu els extrems relatius.

Puntuació: a) 1 punt; b) 0,5 punts; c) 0,5 punts. Total: 2 punts.

## Problemes

5. El benefici  $B(x)$  (expressat en milers d'euros) que obté una empresa per la venda de  $x$  unitats d'un determinat producte és representat per la funció:

$$B(x) = -x^2 + 300x - 16100 \quad \text{per a } 50 \leq x \leq 250.$$

- Si ha venut 110 unitats, quin benefici ha obtingut?
- Quantes unitats pot haver venut si el benefici obtingut ha estat de 3.900 milers d'euros?
- Quantes unitats ha de vendre per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim?
- Quina quantitat d'unitats ha de vendre per no tenir pèrdues?

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

6. La despesa mensual en salaris d'una empresa de 36 treballadors és de 54.900 €. Hi ha tres categories de treballadors que indicarem A, B i C. El salari mensual d'un treballador de la categoria A és de 900 €, el d'un de la B és de 1.500 € i el d'un de la C és de 3.000 €. Sense acomiadar ningú, l'empresa vol reduir la despesa salarial en un 5%. Per fer-ho ha rebaixat un 5% el salari de la categoria A, un 4% el de la B i un 7% el de la C. Esbrineu quants treballadors hi ha de cada categoria.

Puntuació pel plantejament: 2 punts; resolució: 2 punts. Total: 4 punts.



A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus té l'estoc de components (en centenars d'unitats) donat per la taula següent:

	Pneumàtics	Embellidors	Llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Tot terrenys	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de primera matèria necessària per a cada component és:

	Acer	Cautxú
Pneumàtics	0,1	4,6
Embellidors	1	0,05
Llantes	5	0

- a) Calculeu el total d'acer acumulat en el magatzem.  
b) Calculeu el total de cautxú acumulat en el magatzem.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

2. Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Trobeu la matriu  $X = A \cdot (B - C)$ .

Puntuació: total 2 punts.

3. La corba d'equació  $y = 3x^2 - 1$  i la recta  $y = 4x + b$  són tangents.

- a) Determineu el punt de tangència.
- b) Determineu  $b$ .

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

4. a) Resoleu gràficament el sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ y - x \leq 0 \end{cases}$$

- b) Trobeu tots els punts  $(x, y)$  que siguin solucions enteres del sistema i que compleixin  $x = y$ .

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

## PROBLEMES

5. Si una joguina es ven a 130 €, la compren 1000 persones. Per cada euro que augmenta aquest preu, disminueix en 50, respectivament, el nombre de compradors.

- a) Feu un gràfic del nombre de joguines que es venen en funció del preu de venda i doneu la fórmula que l'expressa.
- b) El preu de cost d'una joguina és de 80 €. Calculeu el preu  $p$ , que dóna un benefici total màxim.
- c) Trobeu el nombre de joguines que es venen si el preu és  $p$  i calculeu-ne el benefici màxim.

Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts.

6. Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon:  $A$  i  $B$ . El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. També sabem que sempre es fabriquen almenys 1000 unitats de telèfons  $A$  i que la meitat dels telèfons  $A$  no supera la tercera part dels telèfons  $B$ . Si els telèfons  $A$  generen un benefici de 40 € per unitat i els  $B$  generen un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'ha de fabricar per obtenir un benefici també màxim i també aquest benefici màxim.

Puntuació: sistema i gràfic 1 punt; determinació dels vèrtexs del contorn 1 punt; determinació del nombre de telèfons de cada classe i del benefici màxim 2 punts. Total: 4 punts.

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Resoleu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

Puntuació: eliminació 1 punt; solució correcta 1 punt. Total: 2 punts.

2. a) Determineu la regió solució del sistema i el seu vèrtex:

$$\begin{cases} 3x + y \geq 10 \\ x - 3y \leq 0 \end{cases}$$

b) Calculeu el valor de la funció  $f(x, y) = x - 4y$  en el vèrtex i expliqueu raonadament si correspon a un extrem de  $f(x, y)$  i de quina classe és.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

3. a) Calculeu els punts del gràfic de la corba  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$  on la recta tangent té pendent  $-\frac{1}{3}$ .

b) Determineu la recta tangent en aquests punts.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.



4. La funció  $f(x) = \frac{90x + 100}{x + 5}$  indica el nombre de minuts que s'aconsella de caminar diàriament en funció del nombre  $x$  de setmanes que han passat des que es va començar un programa de manteniment.
- Segons aquest programa de manteniment, a partir de quina setmana s'ha de caminar més d'una hora?
  - Feu un gràfic aproximat de la funció i expliqueu el seu creixement. Quant de temps aproximadament hauria de dedicar diàriament a caminar una persona que fa molt de temps que segueix el programa?

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

## PROBLEMES

5. En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem  $A$  i  $B$ . Per fabricar una peça de tipus  $A$  es necessiten 2 quilos d'un metall i per fer-ne una de tipus  $B$ , 4 quilos del mateix metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 quilos de metall i no pot fabricar més de 40 peces de tipus  $A$  ni més de 20 de tipus  $B$ .
- Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació que té l'empresa.
  - Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema.
  - D'entre les solucions obtingudes, quins són els possibles valors de peces de cada tipus (han de ser enters) si es volen exhaurir els 100 quilos de metall? Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

6. Una marca comercial utilitza tres ingredients  $A$ ,  $B$  i  $C$  en l'elaboració de tres tipus de pizzes  $P1$ ,  $P2$  i  $P3$ . La pizza  $P1$  s'elabora amb 1 unitat de  $A$ , 2 de  $B$  i 2 de  $C$ ; la  $P2$  s'elabora amb 2 unitats de  $A$ , 1 de  $B$  i 1 de  $C$ , i la  $P3$  s'elabora amb 2 unitats de  $A$ , 1 de  $B$  i 2 de  $C$ . El preu de venda al públic és de 4,80 € per a  $P1$ , 4,10 € per a  $P2$  i 4,90 € per a  $P3$ . Sabent que el marge comercial (benefici) és d'1,60 € en cadascuna, trobeu quant costa cada unitat de  $A$ ,  $B$  i  $C$  a la marca comercial esmentada.

Puntuació: plantejament 2 punts; solució 2 punts. Total: 4 punts.





A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. El preu d'un bitllet d'una línia d'autobusos és la suma d'una quantitat fixa i una altra proporcional al nombre de quilòmetres del recorregut. S'han pagat 18 € per un bitllet a una població que és a 500 km i 33 € per un altre a una ciutat que és a 1000 km. Quant haurem de pagar per un bitllet a una població que és a 250 km?

Puntuació: plantejament 1 punt; solució 1 punt. Total 2 punts.

2. Sigui la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Calculeu  $A^{55}$ .

Puntuació: total 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

3. Calculeu  $a$  i  $b$  de manera que  $f(x) = a \ln(x) + bx^2 + x$  tingui extrems relatius en els punts d'abscisses  $x = 1$  i  $x = 2$ , i digueu, en cada cas, si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

Puntuació: càlcul de  $a$  i  $b$  1 punt; determinació del caràcter 1 punt. Total: 2 punts.

4. Calculeu en quins punts de la regió determinada pel sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0 \\ 4x + 3y - 4 \geq 0 \\ 3x + 5y \leq 15 \end{cases}$$

la funció  $F(x, y) = \frac{4x}{3} + y$  pren els seus valors màxim i mínim, i quins són aquests valors.

Puntuació: gràfic 1 punt; determinació dels punts del contorn i obtenció de tots els punts extrems 1 punt. Total: 2 punts.

## PROBLEMES

5. Considereu la funció  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ .

- Calculeu l'equació de la recta tangent a la corba que representa  $f(x)$ , en el punt d'abscissa  $x = 2$ .
- Quina és la funció que dóna el pendent de la recta tangent en cadascun dels punts de la corba?
- Calculeu el punt de la corba que representa  $f(x)$  en el qual el pendent de la recta tangent és màxim. Trobeu el valor d'aquest pendent màxim.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

6. Un taller pot produir per dia com a màxim 12 articles del tipus  $A$  i 20 del tipus  $B$ . Cada dia el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25, independentment del tipus.

- Siguin  $x$  i  $y$  el nombre d'articles produïts per dia dels tipus  $A$  i  $B$ , respectivament. Expresseu les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en  $x$  i  $y$ .
- Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema.
- Sabem que el benefici de produir els articles de tipus  $A$  és el doble del que s'obté amb els articles de tipus  $B$ . Trobeu quants articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir el benefici màxim.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

Curs 2003-2004

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Tenim un litre de llimonada que conté un 25% d'aigua i un 75% de suc de llimona. Si hi afegim un quart de litre d'aigua obtenim llimonada més aigualida. Calculeu el percentatge d'aigua i de suc de llimona de la llimonada més aigualida.

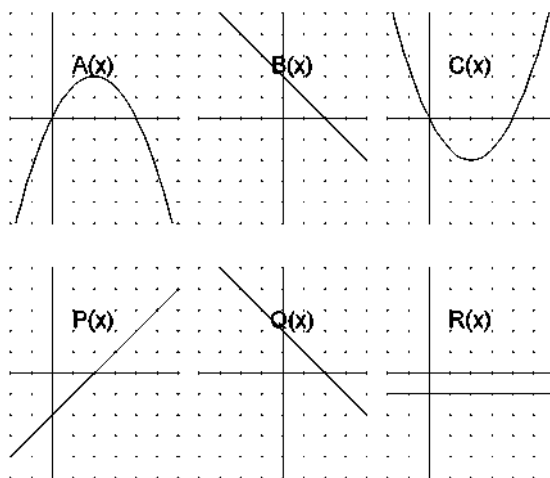
Puntuació: 2 punts.

2. Discutiu i, si escau, resoleu el sistema següent segons els valors del paràmetre  $a$ :

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = a \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

3. El dibuix representa les gràfiques de les tres funcions  $A(x)$ ,  $B(x)$  i  $C(x)$  i de les seves derivades  $P(x)$ ,  $Q(x)$  i  $R(x)$ , no necessàriament en el mateix ordre.



Associeu cada funció  $A(x)$ ,  $B(x)$  i  $C(x)$  amb la seva respectiva funció derivada  $P(x)$ ,  $Q(x)$  o  $R(x)$ . Raoneu la resposta.

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.



4. Trobeu els valors de  $b$  i  $c$  per tal que la funció  $f(x) = x^2 + bx + c$  tingui un extrem relatiu en el punt  $(-1, -4)$ . Quin tipus d'extrem és?

Puntuació: 2 punts.

## PROBLEMES

5. Un curs de segon de batxillerat d'un institut té un grup que està format per 20 noies i 10 nois, que volen organitzar un viatge de fi de batxillerat. A fi de recollir diners, troben una feina de fer enquestes. L'empresa contracta equips de joves per fer enquestes durant les tardes lliures que poden ser de dos tipus:

A: parelles d'un noi i una noia.

B: equips de tres noies i un noi.

Paguen a 40 € la tarda els equips A i a 90 € la tarda els equips B.

Com els convé distribuir-se per obtenir la major quantitat possible de diners?

Quina quantitat de diners obtindran per tarda treballada?

Puntuació del plantejament: 2 punts; de la resolució: 2 punts. Total: 4 punts.

6. Un taller de confecció fabrica dos models de vestits. Per fer el model A es necessiten 2 m de teixit de color, 1 m de teixit blanc i 4 hores de feina. Per fer el model B es necessiten 2,5 m de teixit de color, 0,5 m de teixit blanc i 3 hores de feina. El taller disposa, cada dia, d'un màxim de 250 m de teixit de color, 100 m de teixit blanc i 380 hores de feina.

a) Anomeneu  $x$  i  $y$  el nombre de vestits dels models A i B respectivament fets cada dia. Expressau mitjançant un sistema d'inequacions les restriccions de la producció.

b) Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions.

c) La venda d'un vestit del model A porta al taller un benefici de 5 €, i la d'un vestit del model B, de 4 €. Suposant que la producció diària es ven íntegrament, quants vestits de cada tipus cal fer per tal d'obtenir el màxim benefici? Quant val el benefici màxim?

d) En aquest últim cas, quin tipus de teixit sobrarà i en quina quantitat?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

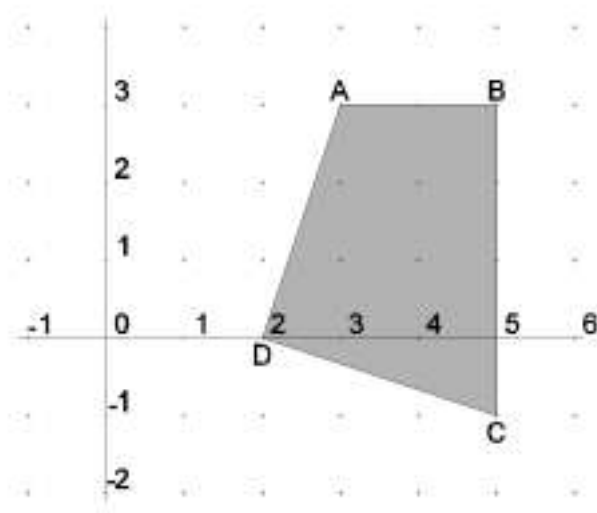
A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Sigui  $S$  la regió del pla de coordenades més grans o igual que zero i tal que els seus punts compleixen que:
  - (i) la mitjana aritmètica de les coordenades és menor o igual que 5
  - (ii) el doble de l'abscissa més l'ordenada és més gran o igual que 5
  - a) Representeu gràficament el conjunt  $S$ .
  - b) Determineu en quins punts de  $S$  la funció  $f(x,y) = 2x + y$  pren el valor màxim.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

2. El quadrilàter  $ABCD$  és la regió solució d'un sistema d'inequacions lineals. Els costats del quadrilàter també formen part de la regió solució.



- a) Trobeu el valor màxim i el mínim de la funció  $f(x,y) = x + 3y$  en aquesta regió.
- b) En quins punts de la regió solució la funció de l'apartat anterior assoleix el màxim i en quins, el mínim?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.



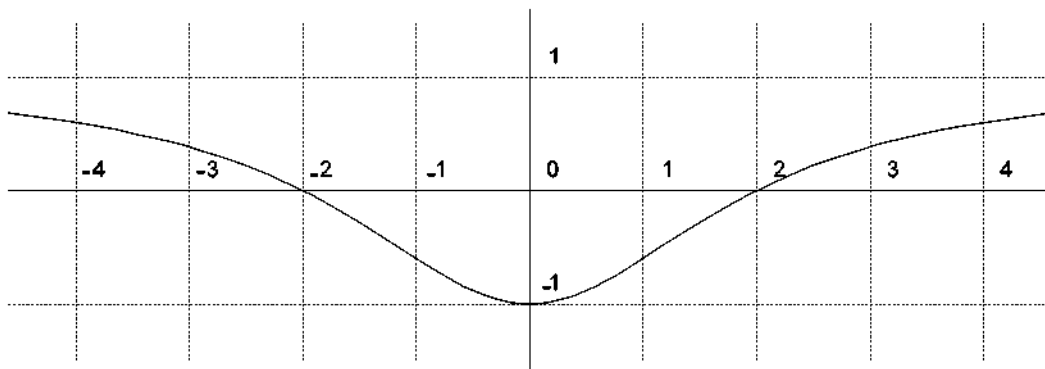
3. Sigui  $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x < 1 \\ (x+a)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Per a quins valors del paràmetre  $a$  la funció és contínua?

Puntuació: 2 punts.

4. Observeu la gràfica següent de la funció  $f(x)$  i digueu quin valor tenen (aproximadament)

a)  $f(0)$                       b)  $x$  si  $f(x) = 0$                       c)  $f'(0)$                       d)  $f'(-2)$



Puntuació de cada apartat: 0,5 punts. Total: 2 punts.

## PROBLEMES

5. La Joana i la Mercè tenien 20000 € cadascuna per invertir. Cadascuna d'elles fa la mateixa distribució dels seus diners en tres parts P, Q i R, i les porta a una entitat financera. Al cap d'un any, a la Joana li han donat un 4% d'interès per la part P, un 5% per la part Q i un 4% per la part R i a la Mercè li han donat un 5% per la part P, un 6% per la part Q i un 4% per la part R. La Joana ha rebut en total 850 € d'interessos, mentre que la Mercè n'ha rebut 950 €. De quants euros constava cadascuna de les parts P, Q i R?

Puntuació del plantejament: 2 punts; de la resolució: 2 punts. Total: 4 punts.

6. Tres germans tenen edats diferents, però sabem que la suma de les edats dels tres germans és de 37 anys, i la suma de l'edat del gran més el doble de l'edat del mitjà més el triple de l'edat del petit és de 69 anys.

- Expresseu les edats dels tres germans en funció de l'edat del germà petit.
- És possible que el germà petit tingui 5 anys? I 12 anys? Raoneu la resposta.
- Calculeu l'edat dels tres germans.

Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts.

Curs 2003-2004

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Un venedor té un salari mensual que està determinat per un sou fix més un cert percentatge sobre el volum de vendes que ha fet durant el mes. Si ven per valor de 2000 €, el seu salari és de 1200 €, i, si ven per valor de 2500 €, el salari és de 1300 €. Trobeu el percentatge que guanya sobre el total de vendes i el sou fix.

Puntuació: 2 punts.

2. En estudiar un sistema lineal dependent del paràmetre  $k$  pel mètode de Gauss, hem arribat a la matriu ampliada següent:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 0 & k-2 & 5 & 12 \\ 0 & 0 & k-1 & 0 \end{array} \right)$$

Discutiu el sistema en funció del paràmetre  $k$ .

Puntuació: 2 punts.

3. a) Representeu gràficament la regió de solucions del sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

- b) Calculeu el mínim de la funció  $f(x, y) = x - 2y$  en la regió solució del sistema anterior. En quins punts d'aquesta regió s'assoleix aquest mínim?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.



4. Decidiu si el polígon de vèrtexs consecutius  $A(0,0)$ ,  $B(5,2)$ ,  $C(7,1)$ ,  $D(7,6)$  i  $E(0,6)$  és la regió factible d'un problema de programació lineal. Justifiqueu la resposta.

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

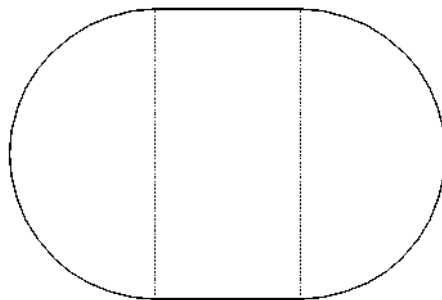
### PROBLEMES

5. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^3}{30} - 15x^2 + 2500$ .

- a) Calculeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 0$ .  
b) En quin punt de la corba és mínim el pendent de la recta tangent? Quin és el valor del pendent mínim?

Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 2,5 punts. Total: 4 punts.

6. Es vol construir una piscina que tingui per base un rectangle i dos semicercles adjunts tal com s'indica a la figura següent:



Sabent que el perímetre de la piscina ha de ser de 30 m, calculeu les seves dimensions per tal que la superfície sigui màxima.

Puntuació del plantejament: 2 punts; de la resolució: 2 punts. Total: 4 punts.



Curs 2002-2003

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Es van imposar 6000 € ara fa 3 anys i s'han recuperat 6652,31 €. Determineu la taxa anual equivalent (TAE).

Puntuació: 2 punts.

2. Dibuixeu la regió del pla determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -x + y \leq 1 \\ x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

i calculeu el màxim de la funció  $f(x, y) = 2x + 2y$  en aquesta regió.

Puntuació: 1 punt per la gràfica i 1 punt pel màxim. Total: 2 punts.

3. Esbrineu si les gràfiques de la funció  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  i de la recta  $y = 2x - 2$  són tangents en algun punt. En cas que ho siguin, determineu aquest punt. Hi ha algun altre punt d'intersecció entre la recta i la gràfica de la funció?

Puntuació: 2 punts.

4. Considereu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites i amb coeficients reals. És possible que el sistema tingui exactament dues solucions? I exactament tres solucions? Justifiqueu les respostes.

Puntuació: 2 punts.



## PROBLEMES

5. Disposem de material per poder impermeabilitzar  $200 \text{ m}^2$  de superfície. Volem fer una bassa de base rectangular en què la llargada mesuri el triple que l'amplada i amb la profunditat adequada per gastar tot el material. Interessa que el volum d'aigua que càpiga a la bassa sigui màxim.
- a) Escriviu la relació que hi ha entre l'altura i el costat petit de la base de la bassa.
  - b) Escriviu la funció que dóna la capacitat de la bassa en funció del costat petit de la base.
  - c) Calculeu les dimensions de la bassa perquè la capacitat sigui màxima. (Els resultats s'han de precisar fins als centímetres.)
  - d) Determineu-ne el volum.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

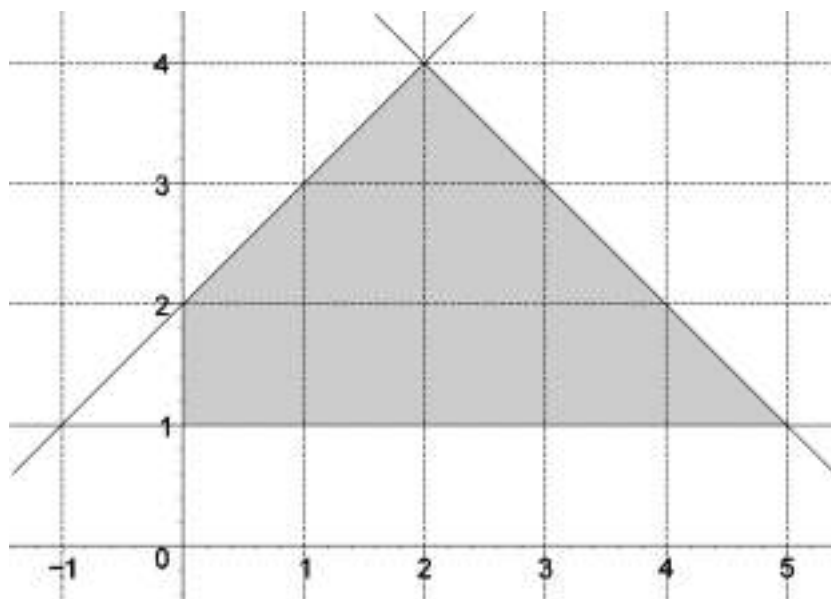
- 6.
- a) Dibuixeu el gràfic de les rectes  $3x - y - 1 = 0$  i  $x + 3y - 12 = 0$ .
  - b) Demostreu que les dues rectes anteriors són perpendiculars.
  - c) Calculeu el punt d'intersecció de les dues rectes.
  - d) Considereu el triangle format per les dues rectes anteriors i per l'eix d'ordenades. Calculeu-ne l'àrea.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Determineu el sistema de quatre inequacions amb dues incògnites que té per solució el polígon ombrejat dibuixat a la gràfica següent, suposant que els costats també són solució.



Puntuació: 2 punts.

2. Una entitat financera ofereix un pla de jubilació que garanteix un 40% d'interès en 10 anys. Determineu la taxa anual equivalent (TAE) que garanteix.

Puntuació: 2 punts.



3. Determineu l'àrea finita de la regió del pla compresa entre les dues paràboles  $y = -x^2 + 4x + 1$  i  $y = x^2 - 6x + 9$ .

Puntuació: 2 punts.

4. Expliqueu quina condició han de verificar  $A$  i  $B$  si les rectes d'equacions

$$Ax + By + C = 0 \quad \text{i} \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3}$$

- a) són paral·leles;  
b) són perpendiculars.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

### PROBLEMES

5. Com a resultat del test efectuat amb un nou model d'automòbil per determinar-ne el consum de benzina, s'ha observat que, per a velocitats compreses entre 25 i 175 km/h, el consum  $C(x)$  de gasolina, expressat en litres consumits en 100 km, fets a la velocitat constant de  $x$  km/h, es pot aproximar per la funció

$$C(x) = 7,5 - 0,05x + 0,00025x^2.$$

- a) Determineu el consum a les velocitats de 50 km/h i de 150 km/h.  
b) A quina velocitat s'obté el mínim consum? Quin és aquest consum mínim?  
c) Feu un estudi del creixement i decreixement de la funció  $C(x)$  a l'interval  $[25,175]$ . Determineu les velocitats que corresponen a consum màxim, així com aquest consum.

Puntuació: apartat a): 0,5 punts; apartat b): 2 punts; apartat c): 1,5 punts. Total: 4 punts.

6. Un triangle rectangle té el vèrtex  $A$ , corresponent a l'angle recte, a l'origen de coordenades. Un altre dels seus vèrtexs és el punt  $B(2,4)$ , i la hipotenusa té per equació la recta  $x = 2$ . Calculeu:

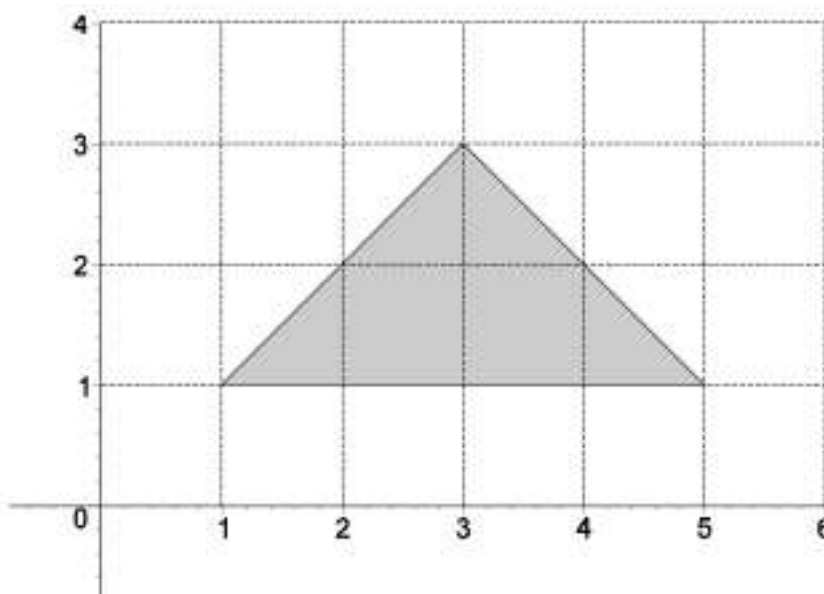
- a) les equacions dels costats  $AB$  i  $AC$ ;  
b) el tercer vèrtex  $C$ ;  
c) l'àrea del triangle.

Puntuació: apartat a): 2 punts; apartats b) i c): 1 punt cadascun. Total: 4 punts.

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Determineu el sistema de tres inequacions i dues incògnites que té per solució el triangle assenyalat en la gràfica següent, suposant que els costats del triangle també formen part de la solució.



Puntuació: 2 punts.

2. La funció  $f(x) = -5ax^2 + 700x + 1440$  té un extrem relatiu per  $x = 10$ . Calculeu el valor de  $a$ .

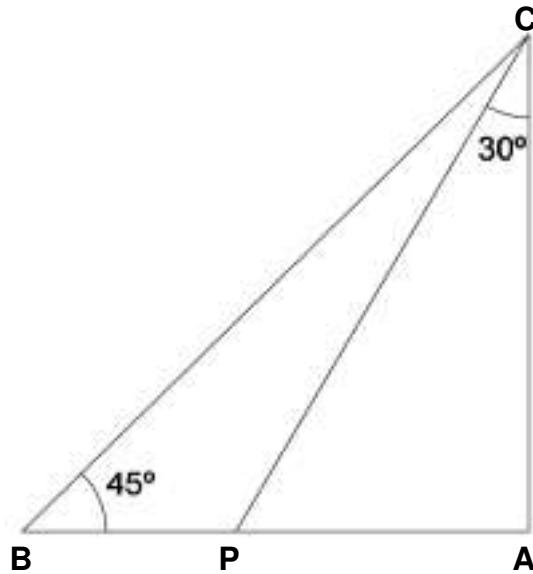
Puntuació: 2 punts.

3. Considereu els punts del pla  $A(2, -1)$  i  $B(0, 3)$  i la recta  $r$  d'equació  $x + y - 2 = 0$ . Calculeu les coordenades d'un punt  $C$  de  $r$  que estigui alineat amb  $A$  i  $B$ .

Puntuació: 2 punts.



4. Calculeu el perímetre del triangle rectangle  $ABC$ , sabent que la longitud del segment  $CP$  és  $2\sqrt{3}$ .



Puntuació: 2 punts.

### PROBLEMES

5. Hem demanat un préstec de 1000 € a retornar en 2 anys a un interès del 8 % nominal (s'entén compost i anual). El crèdit es retorna pagant quotes mensuals iguals al final de cada mes. Una part de la quota mensual serveix per anar amortitzant el deute i l'altra correspon als interessos que ha generat aquest deute. La part de la quota mensual que correspon als interessos s'obté aplicant el tipus d'interès al capital pendent abans de pagar la quota i la resta serveix per amortitzar el deute.
- Quina quota fixa mensual haurem de pagar per eixugar el préstec?
  - Quina quantitat del deute hem amortitzat amb la primera quota?
  - Quin capital ens queda pendent d'amortitzar després d'haver abonat la segona quota?

Puntuació: apartats a) i c): 1,5 punts cadascun; apartat b): 1 punt. Total: 4 punts.

6. Amb un llistó de fusta de 300 cm de llarg volem fabricar el marc d'un quadre.
- Determineu la relació que hi ha entre la base i l'alçada del marc.
  - Determineu la funció que expressa la superfície del quadre en termes de la base del marc.
  - Feu un gràfic d'aquesta funció on es posin de manifest els seus intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius.
  - Trobeu les dimensions del marc que fan màxima la superfície del quadre. Trobeu el valor de la superfície.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

Curs 2001-2002

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

Puntuació: cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts.

Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Considereu la corba d'equació  $f(x) = x^3 - x$ .

- Calculeu els punts en què la gràfica de  $f(x)$  talla l'eix d'abscisses i expliqueu raonadament on  $f(x)$  és positiva i on és negativa.
- Trobeu l'àrea del recinte limitat per la part positiva de la gràfica de  $f(x)$  i el semieix negatiu d'abscisses.

Puntuació: Cada apartat val 1 punt. Total: 2 punts.

2. El costat  $BC$  d'un triangle està sobre la recta d'equació  $3x - 2y + 1 = 0$ . El vèrtex  $A$  té coordenades  $(2, -1)$ . Determineu el peu de l'altura relativa a  $A$ .

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació del peu de l'altura: 1 punt. Total: 2 punts.

3. Determineu per a quin valor del paràmetre  $\lambda$  el sistema següent:

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = \lambda \end{cases}$$

és compatible i, en aquest cas, resoleu-lo.

Puntuació: Determinació de  $\lambda$ : 1 punt. Resolució del sistema: 1 punt. Total: 2 punts.

4. En començar l'any 2001, el nombre de refugiats sota l'empara de l'ACNUR (organisme de l'ONU) era de 12,10 milions.

- Durant l'any 2000 el nombre de refugiats va augmentar un 4%. Quants n'hi havia en començar l'any 2000?
- Durant l'any 2001 el nombre de refugiats va augmentar un 10%. Quants n'hi havia al final del 2001?
- Suposant que a partir del 2002 hi haurà una disminució del 10% anual, quin any hi arribarà a haver menys d'un milió de refugiats?

Puntuació: Apartats a) i b): 0,5 punts cadascun. Apartat c): 1 punt. Total: 2 punts.



## PROBLEMES

5. Considereu la funció  $f(x) = 2002x^2 + ax + b + \sin x$ , amb  $a, b$  reals. Calculeu els valors dels paràmetres  $a, b$  perquè  $f$  passi pel punt  $(0, 3)$  i tingui un extrem relatiu en aquest punt. Expliqueu raonadament quin tipus d'extrem té  $f$  en aquest punt.

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació de  $a$  i  $b$ : 2 punts. Determinació del tipus d'extrem: 1 punt. Total: 4 punts.

6. Un entusiasta de la salut vol tenir un mínim de 36 unitats de vitamina A al dia, 28 unitats de vitamina C i 32 unitats de vitamina D. Cada pastilla de la marca 1 costa 0,03 € i proporciona 2 unitats de vitamina A, 2 de C i 8 de D. Cada pastilla de la marca 2 costa 0,04 € i proporciona 3 unitats de vitamina A, 2 de C i 2 de D. Quantes pastilles de cada marca haurà de comprar per a cada dia si vol cobrir les necessitats bàsiques amb el menor cost possible?

Puntuació: Total: 4 punts.



Curs 2001-2002

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

Puntuació: cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts.

Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Considereu la paràbola  $y = x^2$  i la recta  $y = mx$ , amb  $m$  real positiu.
  - a) Calculeu l'àrea de la regió tancada delimitada per les gràfiques de la paràbola i la recta en funció de  $m$ .
  - b) Quin valor té  $m$  si l'àrea de l'apartat a) és 288?

Puntuació: Cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

2. En un determinat poble es representen tres espectacles que anomenarem  $E_1$ ,  $E_2$  i  $E_3$  respectivament, cada un amb un preu diferent.

Calculeu el preu de cada espectacle si sabem el següent:

- Si assistíssim dues vegades a  $E_1$ , una vegada a  $E_2$  i també una vegada a  $E_3$  ens costaria 34 €.
- Si anéssim tres vegades a l'espectacle  $E_1$  i una a  $E_2$  ens costaria 46,5 €.
- En el cas d'assistir només una vegada a cada un dels tres espectacles ens costaria 21,5 €.

Puntuació: Planteig: 1 punt. Solució: 1 punt. Total: 2 punts.

3. A les rebaixes d'estiu una botiga anuncia que tots els articles estan rebaixats un 20%.
  - a) Si un article rebaixat ens ha costat 40 €, quant costava abans de les rebaixes?
  - b) Acabades les rebaixes, el botiguer pensa que, apujant el preu de tots els productes un 20%, tornarà al preu d'abans de les rebaixes. Creieu que és així? Quina variació percentual es produeix disminuint el 20% el preu original i després augmentant un 20% el preu rebaixat?
  - c) Quin ha de ser l'augment de preu que hauria d'aplicar als productes rebaixats per tornar al preu d'abans de les rebaixes?

Puntuació: Apartats a) i c): 0,5 punts cadascun. Apartat b): 1 punt. Total: 2 punts.

4. Quants anys han de passar perquè un capital de 5000 € posat a un interès compost del 2,5% anual es converteixi en un capital final de 6092 €?

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació del temps: 1 punt. Total: 2 punts.



## PROBLEMES

5. El preu de cost d'una joguina és de 80 €. Venuda a 130 € la compren 1000 persones. Per cada € que augmenta o disminueix aquest preu, el nombre de compradors disminueix o augmenta, respectivament, en 60.
- a) A quin preu s'ha de vendre la joguina per obtenir un benefici màxim?  
b) Calculeu també el benefici màxim i el nombre de compradors corresponent.

Puntuació: Planteig: 2 punts. Apartats a) i b): 1 punt cadascún. Total: 4 punts.

6. Un triangle té dos vèrtexs  $A$  i  $B$  en els punts  $A = (0, 0)$  i  $B = (2, 0)$ . L'àrea val 3. Sabent que el tercer vèrtex  $C$  té ordenada positiva i està situat sobre la recta  $2x - y - 5 = 0$ , calculeu les coordenades de  $C$  i el perímetre del triangle. Feu-ne la gràfica corresponent.

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació del vèrtex  $C$ : 1 punt. Perímetre: 1 punt. Gràfica: 1 punt. Total: 4 punts.

Curs 2001-2002

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

Puntuació: cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts.

Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció  $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$  en el punt d'abscissa  $x = 2$ .

Puntuació: Total: 2 punts.

2. Trobeu l'expressió general de totes les primitives de  $f(x) = 5\sqrt[3]{x^2}$ . Quina és la que passa pel punt (8,0)?

Puntuació: Primitiva general: 1 punt. Primitiva particular: 1 punt. Total: 2 punts.

3. Considereu els punts del pla  $A(3, 2)$ ,  $B(-1, 8)$  i  $C(k, k + 4)$ ,  $k$  real. Calculeu el valor de  $k$  perquè  $A$ ,  $B$  i  $C$  estiguin alineats.

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació de  $k$ : 1 punt. Total: 2 punts.

4. Es posa un capital de 3000 € a un interès compost del 3% anual durant 8 anys. Quin interès compost anual hauria de donar una entitat financera perquè un capital de 2500 €, en un període de 10 anys, es convertís en el mateix capital en què s'haurien convertit els 3000 € al cap dels 8 anys?

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació de l'interès: 1 punt. Total: 2 punts.



## PROBLEMES

5. a) Determineu l'equació de la recta paral·lela a la bisectriu del segon i quart quadrant que passa pel punt  $(0, a)$ .  
b) Determineu el valor de  $a$  perquè la recta anterior determini en el primer quadrant un triangle d'àrea 8 amb els eixos.  
c) Quina és la distància d'aquesta recta a l'origen de coordenades?  
d) Quina és la distància d'aquesta recta al punt  $(-4, 0)$ ?

Puntuació: Cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

6. En una prova es proposen 10 qüestions de 5 punts i 8 qüestions de 10 punts i es dóna un temps de 100 minuts. Només es valoren els encerts; els errors o respostes en blanc no resten puntuació.  
L'Anna, que està capacitada per contestar correctament totes les qüestions, necessita 4 minuts de mitjana per respondre a cada qüestió de 5 punts i 10 minuts per respondre a cada qüestió de 10 punts.  
Quina estratègia ha de seguir l'Anna (és a dir, quantes preguntes de cada tipus ha de contestar) per obtenir la millor puntuació possible en les seves condicions?

Puntuació: Total: 4 punts.

Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

### QÜESTIONS

1. Per la venda d'un pis valorat en 12.000.000 de ptes. demanen una entrada de 4.000.000 de ptes. i la resta al cap de tres anys. Si el tipus d'interès és de l'11%, quant pujarà el segon pagament? [2 punts]
2. Calculeu  $a$  i  $b$  sabent que la funció  $f(x) = ax^2 + bx - 7$  té un extrem local en el punt  $(2, 1)$ . És un màxim o un mínim? [2 punts]
3. Sigui  $r$  la recta d'equació  $6x - 15y + 4 = 0$ . Trobeu les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a  $r$  que passen pel punt  $(4, 1)$  i feu un esquema gràfic. [2 punts]
4. ¿Com ha de ser un sistema de tres equacions lineals amb dues incògnites perquè representi tres rectes que tenen exactament un punt comú a totes tres? Poseu un exemple i digueu, en l'exemple, quin és el punt en què es tallen les tres rectes. [2 punts]

## PROBLEMES

1. Una fàbrica de vídeos decideix introduir al mercat un nou model. El departament de màrqueting de l'empresa estima que la relació entre la demanda  $x$  del producte, mesurada en unitats, i el preu de venda  $p$  de cada unitat, mesurat en milers de ptes., ve donada per l'expressió

$$p = 100 - \frac{x}{12}$$

Els costos de producció estimats responen a la fórmula

$$C(x) = 1250 + 10x$$

Determineu:

- la demanda  $x$  en funció de  $p$ ;
- els costos  $C(p)$  en funció del preu;
- els ingressos  $I(p)$  que rep el fabricant per la venda d'aparells, en funció del preu;
- el benefici  $B(p)$  del fabricant per la venda dels aparells, en funció del preu;
- el preu pel qual el benefici és màxim, el benefici màxim i el nombre d'unitats venudes corresponent.

Nota: Els apartats a) fins a d) valen 0,5 punts cadascun. L'apartat e) val 2 punts.

[4 punts]

2. Un pastisser té 150 kg de farina, 22 kg de sucre i 26 kg de mantega per fer dos tipus de pastissos. Es necessiten 3 kg de farina, 1 de sucre i 1 de mantega per fer una dotzena de pastissos del tipus  $A$ , mentre que les quantitats per una dotzena del tipus  $B$  són, respectivament, 6 kg, 0,5 kg i 1 kg. Si el benefici que s'obté per la venda d'una dotzena de pastissos del tipus  $A$  és 20 i per una dotzena del tipus  $B$  és 30, trobeu el nombre de dotzenes de pastissos de cada tipus que ha de produir per maximitzar el seu benefici.

[4 punts]

Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

## QÜESTIONS

1. Un capital inicial es va col·locar durant dos anys al 9% anual; el capital obtingut es va col·locar al 5% semestral durant els tres anys següents i s'ha convertit en 796.084 ptes. Quin era el capital inicial?

Nota: Considereu sempre interès compost.

[2 punts]

2. Calculeu en quin punt (si és que n'hi ha algun) la recta tangent a la gràfica de la funció  $f(x) = e^{2x}$  forma un angle de  $45^\circ$  amb l'eix de les  $x$ .

[2 punts]

3. Siguin  $r$  i  $s$  les dues rectes del pla d'equacions

$$r: 2x - y - 3 = 0, \quad s: \frac{x + 1}{4} = \frac{y + 2}{2}$$

Calculeu l'equació de la recta que passa pel punt d'intersecció de  $r$  i  $s$  i que és paral·lela a la recta d'equació  $3x + 5y - 1 = 0$ .

[2 punts]

4. Hi ha dos anuncis al diari molt semblants relatius a possibles inversions.

## Anunci 1

5% TAE calculada per qualsevol import superior a 1 pta.  
Abonament mensual d'interessos.  
Tipus d'interès nominal anual del 4,89%.

## Anunci 2

5% TAE calculada per qualsevol import superior a 1 pta.  
Abonament trimestral d'interessos.  
Tipus d'interès nominal anual del 4,89%.

Comproveu que el primer anunci és correcte i expliqueu si pot ser-ho també el segon.

[2 punts]

## PROBLEMES

1. En una indústria es produeixen recanvis de peces d'automòbil. S'ha fet un estudi de costos d'un dels recanvis fabricats i ha resultat que el cost diari de producció de  $x$  peces (en ptes.) ve donat per la funció

$$C(x) = 3200 + 20x + 2x^2.$$

- Quantes peces d'aquest recanvi s'han de produir diàriament perquè el cost unitari (el cost de cada peça) sigui el mínim possible?
- Quin és el cost diari de fabricar aquest nombre de peces?
- Quin és, en aquest cas, el preu de cost de cada peça?

Nota: L'apartat a) val 3 punts. Els altres dos apartats valen 0,5 punts cadascun.

[4 punts]

2. Al triangle de vèrtexs  $A = (0, 3)$ ,  $B = (3, 7)$  i  $C = (6, 0)$  determineu

- el perímetre;
- l'equació de la recta perpendicular al segment  $BC$  que passa per  $A$ , és a dir, l'altura del triangle des del vèrtex  $A$ ;
- la distància del punt  $A$  a la recta que conté el segment  $BC$ ;
- la superfície.

Nota: Cada apartat val 1 punt.

[4 punts]



Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

## QÜESTIONS

1. Un capital col·locat en capitalització composta durant quatre anys s'ha convertit en 1.345.517,58 ptes. Si hagués estat col·locat un any més hauria pujat a 1.513.707,27 ptes. Calculeu el tant per cent anual a què ha estat col·locat i el capital inicial. [2 punts]

2. Determineu la funció  $f(x)$  tal que

$$f'(x) = x^2 + \sin x \quad \text{i} \quad f(0) = 2$$

[2 punts]

3. Sigui  $r$  la recta d'equació  $3x - 5y + 2 = 0$ . Trobeu les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a  $r$  que passen pel punt  $(-15, 4)$ . [2 punts]

4. Els punts  $A = (2, 5)$ ,  $B = (6, 8)$  i  $C = (22, d)$  estan alineats. Calculeu  $d$ . [2 punts]

## PROBLEMES

1. a) Donada la funció  $f(x) = x^3 - 3x$ , calculeu els punts de tall amb els eixos i els extrems relatius (si en té), i feu un esbós de la gràfica de la funció.
- b) Basant-se en el gràfic anterior, i sense cap més càlcul, *raoneu* que la funció  $g(x) = x^3 - 3x - 10$  talla l'eix de les  $x$  en un sol punt.
- c) Indiqueu, raonadament, un interval de longitud 1 en el qual es troba la solució real de l'equació  $x^3 - 3x - 10 = 0$ .

Nota: L'apartat a) val 2 punts. Els altres dos apartats valen 1 punt cadascun.

[4 punts]

2. En un taller de confecció es disposa de 80 metres quadrats de tela de cotó i de 120 metres quadrats de tela de llana. Es fan dos tipus de vestits,  $A$  i  $B$ . Per fer un vestit del tipus  $A$  es necessita 1 metre quadrat de cotó i 3 metres quadrats de llana; en canvi, per un vestit del tipus  $B$  calen 2 metres quadrats de cada tipus de tela.
  - a) Quants vestits de cada tipus s'han de fer per obtenir un benefici total màxim si per cada vestit (sigui del tipus que sigui) es guanyen 30 euros?
  - b) Quina seria la conclusió a la pregunta anterior si per cada vestit del tipus  $A$  es guanyen 30 euros i, en canvi, per cada un del tipus  $B$  només es guanyen 20 euros?

Nota: L'apartat a) val 2,5 punts i l'apartat b) val 1,5 punts.

[4 punts]

Curs 1999-2000

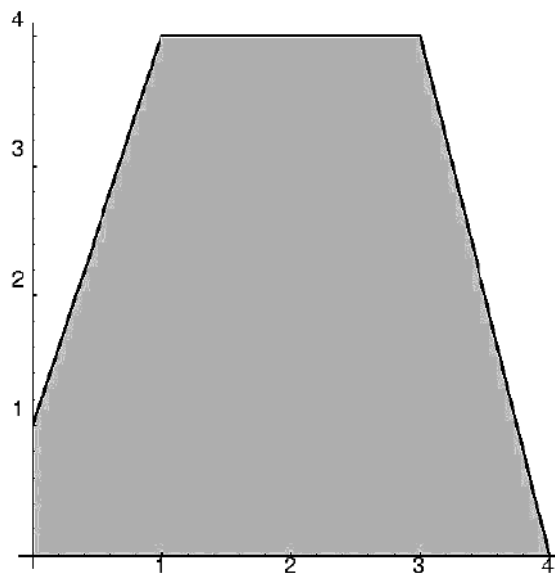
A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

### QÜESTIONS

1. A quin interès compost anual heu invertit un cert capital si al cap de cinc anys ha augmentat el 50%? [2 punts]

[2 punts]

2. Escriviu un sistema de quatre inequacions (amb dues variables  $x$  i  $y$ ) de tal manera que la regió del pla que determini aquest sistema sigui la regió ombrada del dibuix següent:



[2 punts]

3. Considereu la recta d'equació  $y = -2x + 2$ . Trobeu les coordenades del punt d'intersecció d'aquesta recta amb la recta perpendicular a ella que passa pel punt  $(6, 3)$ . [2 punts]

4. Calculeu l'abscissa del punt en què la tangent a la gràfica de la funció  $f(x) = 2 \ln x$  és paral·lela a la recta  $16x - 2y = 7$ . [2 punts]

## PROBLEMES

1. Compreu dos productes i us costen 22.000 pessetes. La setmana següent feu la mateixa compra i, com que el primer article està rebaixat un 10% i el segon un 20% respecte a la setmana anterior, només us costa 18.600 pessetes. Quant us costarà la mateixa compra si en una altra ocasió els preus estan rebaixats un 10% i un 20%, respectivament, en relació amb els preus de la segona setmana?  
[4 punts]
2. Considereu la funció  $y = (x - 1)^2 x^3$ . Digueu quin és el seu domini de definició. Calculeu els seus intervals de creixement i decreixement, així com els màxims i mínims (si en té). Calculeu també els punts en què la gràfica talla els eixos. Feu després un esbós d'aquesta gràfica.  
[4 punts]

Curs 1999-2000

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

### QÜESTIONS

1. Considereu la recta d'equació  $4x + y - 3 = 0$ .
  - a) Calculeu l'equació de la recta paral·lela i de la recta perpendicular a l'anterior que passen pel punt  $A = (3, -1)$ .
  - b) Dibuixeu la gràfica de la recta  $4x + y - 3 = 0$  i de les que heu trobat a l'apartat a).

[2 punts]
  
2. Determineu el valor que ha de tenir el paràmetre  $a$  perquè les tres rectes d'equacions  $3x + y = 5$ ,  $x - 3y = -5$  i  $x + ay = a$  es tallin en un punt. [2 punts]
  
3. Trobeu la primitiva de la funció  $f(x) = e^{-x/2}$  que compleix la condició que la seva gràfica passa pel punt  $(0, 3)$ . [2 punts]
  
4. Vaig deixar un milió de pessetes a un cosí. Cada trimestre em dóna 20.000 pessetes corresponents als interessos que aquell capital ha produït durant aquell trimestre. Calculeu la TAE d'aquest préstec. [2 punts]

## PROBLEMES

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x + 3}{1 - x}$
- Determineu les seves asímptotes verticals i horitzontals (si en té) i els intervals de creixement i decreixement. Feu després un esquema senzill de la seva gràfica.
  - Determineu els punts de la gràfica de la funció on la tangent és paral·lela a la recta d'equació  $y = x$ .

[4 punts]

2. En una refinaria es produeixen dos tipus de fertilitzants a partir de quatre compostos: nitrogen, àcid fosfòric, potassi soluble i guano. A la taula següent s'expressa la composició per bidó d'aquests dos fertilitzants:

	Nitrogen	Àcid fosfòric	Potassi	Guano
Fertilitzant 1	20 litres	30 litres	30 litres	20 litres
Fertilitzant 2	10 litres	10 litres	60 litres	20 litres

L'empresa disposa de 900 litres de nitrogen i de 1.400 litres de guano, i les quantitats dels altres dos components no estan limitades, encara que a causa del gran estoc existent d'aquests dos productes cal utilitzar almenys 600 litres d'àcid fosfòric i 1.800 litres de potassi. Cada bidó del fertilitzant 1 suposa un benefici de 6 pessetes, i de 5 pessetes cada bidó de l'altre fertilitzant. Trobeu quina quantitat de fertilitzant de cada classe cal produir per obtenir un benefici màxim.

[4 punts]

Curs 1999-2000

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

### QÜESTIONS

1. Dibuixeu la regió del pla determinada per les desigualtats

$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 4x + y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Calculeu després el màxim de la funció  $z = x + y$  en aquesta regió. [2 punts]

2. Raoneu quin dels dos procediments financers següents és més favorable per a l'inversor i calculeu quina diferència hi ha entre els capitals acumulats.

- a) Ingressar 300.000 pessetes a un interès simple del 8% anual durant 10 anys.  
b) Ingressar 300.000 pessetes a un interès compost del 7% anual durant 10 anys, amb acumulació d'interessos cada any.

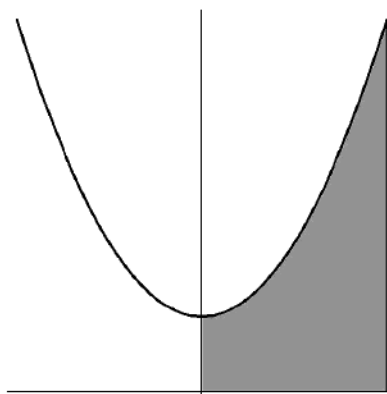
[2 punts]

3. Calculeu el valor de  $a$  que fa que el següent sistema d'equacions lineals sigui incompatible:

$$\begin{cases} 2x + ay = -a + 5 \\ ax + 8y = 2 \end{cases}$$

[2 punts]

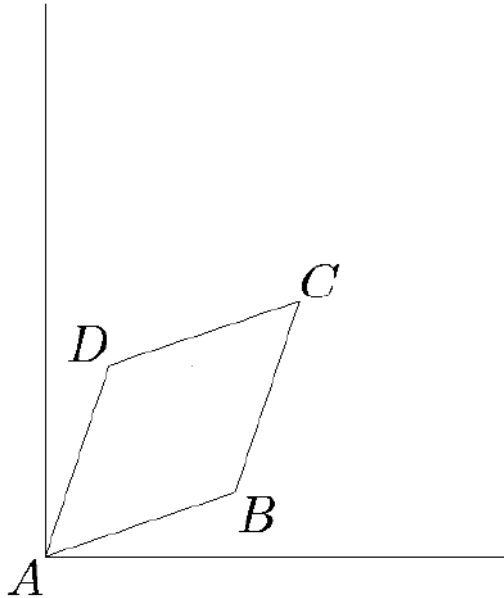
4. Donada la funció  $f(x) = x^2 + a$ , amb  $a > 0$ , calculeu el valor de  $a$  que faci que l'àrea determinada per la gràfica de la funció, l'eix d'abscisses i les rectes  $x = 0$  i  $x = 3$  valgui 27.



[2 punts]

## PROBLEMES

1. D'un rombe  $ABCD$  coneixeu les coordenades de tres vèrtexs.  $A$  és l'origen de coordenades,  $B = (4, 1)$  i  $D = (1, 4)$ .
  - a) Calculeu les coordenades del quart vèrtex  $C$ .
  - b) Comproveu analíticament que les diagonals són perpendiculars i que es tallen en el seu punt mitjà.



[4 punts]

2. Fa quatre anys es va repoblar un llac amb una nova espècie de peixos. Llavors es van introduir 100 exemplars d'aquesta nova espècie. Actualment s'estima que hi ha 25.000 exemplars. S'estima que el nombre  $N$  de peixos ve donat en funció del temps  $t$  per la funció  $N = Ae^{Bt}$ , on  $A$  i  $B$  són dues constants. El temps  $t$  es considera expressat en anys des del moment de la repoblació. Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 200.000 exemplars?

[4 punts]



Curs 1999-2000

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

## QÜESTIONS

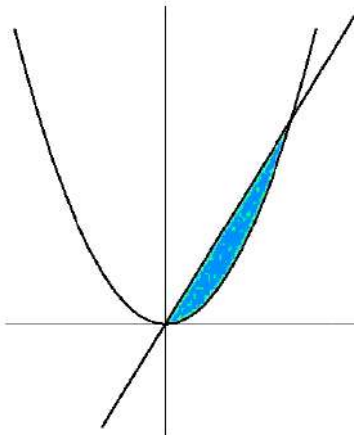
1. Una entitat financera llança al mercat un pla d'inversió, la rendibilitat  $R(x)$  del qual, en milers de pessetes, ve donada en funció de la quantitat  $x$  que s'inverteixi, per mitjà de l'expressió següent:

$$R(x) = -0.001x^2 + 0.5x + 2.5$$

- a) Deduïu raonadament quina quantitat de diners li convé invertir a un client en aquest pla per obtenir rendibilitat màxima.  
b) Quina rendibilitat obtindria en aquest cas?

[2 punts]

2. Calculeu l'àrea de l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions  $y = 8x$  i  $y = x^4$ .



[2 punts]

3. Determineu el valor de  $a$  perquè la recta  $x - 2ay = 1$  i la recta  $x + 3y = 8$  siguin:

- a) paral·leles  
b) perpendiculars

[2 punts]

4. Un concurs de televisió consisteix a proposar al concursant una successió de preguntes fins que dóna una resposta incorrecta i queda eliminat. Els premis per a cada resposta s'acumulen i són d'una pesseta per la primera, dues per la segona, quatre per la tercera i així successivament en progressió geomètrica de raó 2.

- a) Si responem deu preguntes correctament, quants diners aconseguirem?  
b) Quin és el nombre mínim de preguntes que cal respondre per aconseguir un milió o més?

[2 punts]

## PROBLEMES

1. Considereu dos eixos perpendiculars de coordenades. Considereu els punts  $O$  i  $A$  de coordenades  $O = (0, 0)$  i  $A = (9, 12)$ . Una persona situada al punt  $O$  inicia un viatge en línia recta cap a  $A$ .
- Quina distància haurà de recórrer per anar de  $O$  a  $A$ ?
  - Escriviu l'equació de la recta que haurà de seguir per anar de  $O$  a  $A$ .
  - Digueu quines seran les coordenades del punt  $P$  on es trobarà la persona quan hagi recorregut la tercera part de la distància de l'apartat anterior (sempre sobre la recta que uneix  $O$  amb  $A$ ).
  - Si després d'haver recorregut el segment  $OP$ , quan arribi a  $P$  decideix dirigir-se cap al punt  $Q = (7, 1)$ , quin angle haurà de girar cap a la dreta? (Angle respecte a la trajectòria  $OP$  que havia seguit fins ara.)

[4 punts]

2. El dia 15 d'abril del 2000 em van deixar 6.000 euros a un interès compost anual del 8%. Haig de tornar aquest préstec en cinc anualitats del mateix import, la primera de les quals l'haig de pagar el 15 d'abril del 2001 i l'última el 15 d'abril del 2005.
- Calculeu l'import  $A$  de les anualitats.
  - Per a cada un dels anys 2001, 2002 i 2003, calculeu la part de l'anualitat que es fa servir per pagar els interessos de l'any i la part que es destina a amortitzar capital. Calculeu el capital total amortitzat després de pagar l'anualitat i el capital pendent en aquell moment. Tot això ho podeu expressar omplint en el vostre quadernet de respostes un quadre com el següent:

Any	Anualitat	Interessos any	Amort. any	Cap. amort.	Cap. pendent
2001					
2002					
2003					

[4 punts]